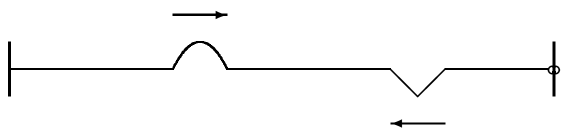
Universidade Federal do Rio de Janeiro – Instituto de Física
Física II– 2014.1 — Prova 2: 14/05/2014
Versão: $\boxed{\text{A}}$

Seção 1. Múltipla escolha (8× 0,6= 4,8 pontos)

1. Dois pulsos de formas diferentes se propagam com velocidade v numa corda esticada de comprimento L. A corda tem sua extremidade esquerda fixa num suporte, mas a extremidade direita pode oscilar livremente. Num dado instante a situação da corda é aquela mostrada na figura. Esta EXATA situação irá se repetir exatamente após um intervalo de tempo mínimo dado por:



(a) $\Delta t = L/v$
(b) $\Delta t = 2L/v$
(c) $\Delta t = 3L/v$
(d) $\Delta t = 4L/v$
(e) $\Delta t = 6L/v$

2. Uma onda sonora :

I. se propaga no vácuo com uma velocidade de 340 m/s.
II. não se propaga no vácuo pois é acompanhada de um transporte de matéria.
III. transporta energia.
IV. é uma onda de pressão.
V. é uma onda de deslocamento.

São verdadeiras:

(a) I, III e IV.
(b) II, III, IV.
(c) I, IV e V.
(d) III, IV e V.
(e) II, IV e V.
(f) I, II e III.
(g) II, III, IV e V.

3. Duas ondas harmônicas de mesmas frequência e número de onda interferem. A potência média de cada uma delas é 10 W. Qual deve ser a diferença de fase entre elas para que a onda resultante tenha potência média igual a 30W?

(a) 0 rad.
(b) $\pi/6$ rad.
(c) $\pi/4$ rad.
(d) $\pi/3$ rad.
(e) $\pi/2$ rad.
(f) Não há resposta, pois a potência média resultante não pode ser maior que a soma das potências médias individuais.

4. Considere duas cordas inextensíveis e homogêneas idênticas, sujeitas à mesma tensão. Em cada uma temos uma onda em um modo normal diferente. Considere as afirmações abaixo:

I. As velocidades de propagação das ondas são diferentes.
II. Os números de onda são iguais, mas as frequências diferentes.
III. As frequências são iguais, mas os números de onda diferentes.
IV. As velocidades de propagação das ondas são iguais.
V. Os números de onda e as frequências são iguais.
VI. Os números de onda e as frequências são diferentes.

Quais afirmações acima são verdadeiras?

(a) I e II.
(b) I e III.
(c) I e V.
(d) I e VI.
(e) II e IV.
(f) III e IV.
(g) IV e V.
(h) IV e VI.

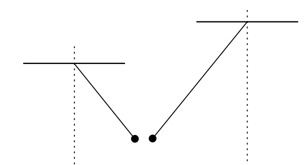
5. Após o regime transiente (passado um longo tempo), um oscilador amortecido forçado oscilará com

(a) a frequência da força externa.
(b) a frequência do oscilador amortecido livre.
(c) a frequência do oscilador não amortecido livre.
(d) a frequência de batimento causada pela frequência do oscilador amortecido livre e a frequência da força externa.
(e) Nenhuma das respostas anteriores.

6. Uma partícula se move segundo um movimento harmônico simples. Quando sua posição é $x = x_{max}/2$, o módulo de sua velocidade é

(a) $v = v_{max}$.
(b) $v = \sqrt{3}v_{max}/2$.
(c) $v = \sqrt{2}v_{max}$.
(d) $v = 2v_{max}/\sqrt{3}$.
(e) $v = 2v_{max}/\sqrt{3}$.

7. Dois pêndulos de comprimentos L_1 e L_2 oscilam de tal modo que os dois pesos em suas extremidades aproximam-se (veja a figura), sem se tocar , sempre que decorrem seis (6) períodos do pêndulo menor (L_1) e quatro (4) períodos do pêndulo maior. Qual relação L_2/L_1?



(a) 9/4
(b) 3/2
(c) 2
(d) 4/9
(e) 2/3

8. Considere o caso em que um observador está em repouso, em relação à atmosfera, e uma fonte emitindo som com frequência ν_0 se aproxima dele com velocidade $v < v_{som}$. Considere agora, o caso em que a fonte está em repouso, em relação à atmosfera, e o observador se aproxima dela com velocidade v. Considere seguintes afirmações:

   I. Em ambos os casos, a frequência medida é diferente de ν_0.

   II. Em ambos os casos, a frequência medida aumenta em relação a ν_0.

   III. Em ambos os casos, a frequência medida diminui em relação a ν_0.

   IV. A frequência medida é a mesma em ambos os casos.

   V. Não é possível relacionar as frequência medidas em cada caso.

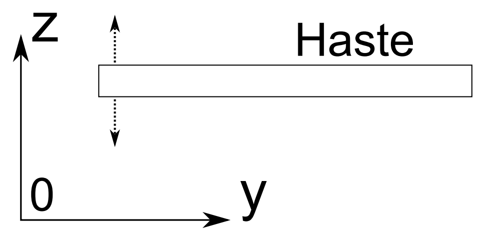
   Quais afirmações acima são verdadeiras?

   (a) Somente a I.
   (b) Somente a II.
   (c) Somente a III.
   (d) Somente a IV.
   (e) Somente a V.
   (f) I e II.
   (g) I e III.
   (h) I e IV.

Seção 2. Questões discursivas (2×2,6 = 5,2 pontos)

1. **[2,6 pontos]** Um microscópio de força magnética usa a alta sensibilidade de uma haste micrométrica a variações de força para medir o gradiente de força magnética em uma região.

   O movimento de oscilação da extremidade da haste se dá na direção (Oz) perpendicular a haste, como ilustra a figura, e tem uma frequência angular própria ω_0. Para simplificar a questão, consideraremos a equação do movimento da extremidade da haste, sem força externa, da seguinte forma: $z'' + \omega_0^2 z = 0$. Um mecanismo permite excitar a haste com uma força de amplitude $\vec{F} = F_0 \cos(\omega t)\hat{z}$. A frequência angular ω é um pouco inferior a frequência angular própria da haste.



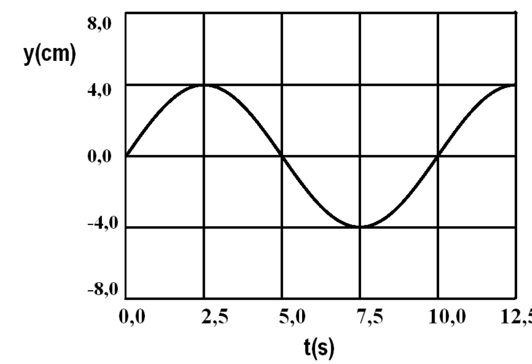
   a) **[0,5 ponto]** Escreva a equação diferencial de movimento do oscilador harmônico forçado. Considere que m é a massa efetiva da haste (massa em movimento durante as oscilações).

   b) **[1,2 ponto]** Escreva a solução da equação homogênea, a solução particular da equação inomogênea e a solução geral da equação inomogênea.

   c) **[0,5 ponto]** Suponha **A PARTIR DE AGORA** que uma força externa **ADICIONAL** atua sobre a haste. Como varia a frequência de ressonância se esta força adicional for tipo $\vec{H} = hz\hat{z}$ $(h > 0)$)?

   d) **[0,4 ponto]** Para uma excitação a uma frequência angular ω inferior a ω_0, como varia (qualitativamente) a amplitude com a presença da força $\vec{H}$?

2. **[2,6 pontos]** Uma onda senoidal transversal com $\lambda = 20$ cm está se propagando no sentido de x crescente. O deslocamento da partícula em $x = 0$, a partir do equilíbrio e em função do tempo, é mostrado na figura.



   a) **[0,7 ponto]** Faça um esboço da onda no instante $t = 0$ no trecho contido entre os pontos $x = 0$ e $x = 40$ cm. Indique claramente a amplitude, o comprimento de onda e o sinal da derivada em $(x = 0, t = 0)$.

   b) **[0,6 ponto]** Qual é a velocidade de propagação da onda?

   c) **[0,6 ponto]** Escreva a função $y(x,t)$ que descreve a onda em qualquer x e t.

   d) **[0,7 ponto]** Calcule a velocidade transversal da partícula em $x = 0$ e $t = 5$ s.

Gabarito para Versão $\boxed{\text{A}}$

Seção 1. Múltipla escolha (8× 0,6= 4,8 pontos)

1. (d)
2. (d)
3. (d)
4. (h)
5. (a)
6. (b)
7. (a)
8. (f)

Seção 2. Questões discursivas (2×2,6 = 5,2 pontos)

1. **Resolução:**
(a) A eq. do sistema forçado, em notação complexa é

$$y'' + \omega_0^2 y = \frac{F}{m}e^{i\omega t} \quad \textbf{(0,5 ponto)},$$

cuja parte real é dada por

$$z'' + \omega_0^2 z = \frac{F}{m}\cos(\omega t)$$

onde $z = Re(y)$

(b)

A solução complexa da equação homogênea é

$$y(t) = Ae^{i(\omega_0 t + \phi_0)} \quad \textbf{(0,4 ponto)},$$

com parte real dada por

$$z(t) = Acos(\omega_0 t + \phi_0).$$

A solução particular da equação complexa inomogênea é

$$y(t) = \frac{F}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}e^{i\omega t} \quad \textbf{(0,4 ponto)},$$

com parte real dada por

$$z(t) = \frac{F}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}\cos(\omega t).$$

A solução geral da equação complexa inomogênea é

$$y(t) = Ae^{i(\omega_0 t + \phi_0)} + \frac{F}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}e^{i\omega t} \quad \textbf{(0,4 ponto)},$$

com parte real dada por

$$z(t) = Acos(\omega_0 t + \phi_0) + \frac{F}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}\cos(\omega t).$$

(c)

A equação do oscilador pode ser escrita como $y'' + \left(\omega_0^2 - \frac{h}{m}\right) y = \frac{F}{m}e^{i\omega t}$ **(0,2 ponto)**, com parte real dada por $z'' + \left(\omega_0^2 - \frac{h}{m}\right) z = \frac{F}{m}\cos(\omega t)$

A frequência de ressonância é então $\omega_1^2 = \omega_0^2 - h/m$. h sendo positivo, a frequência de ressonância diminui. **(0,3 ponto)**

(d) Como a frequência de excitação ω é inferior a frequência própria da haste ω_0, a presença da força $\vec{H}$ faz a frequência de ressonância se aproximar da frequência de excitação, e por consequência a amplitude da oscilação deve aumentar. **(0,4 ponto)**

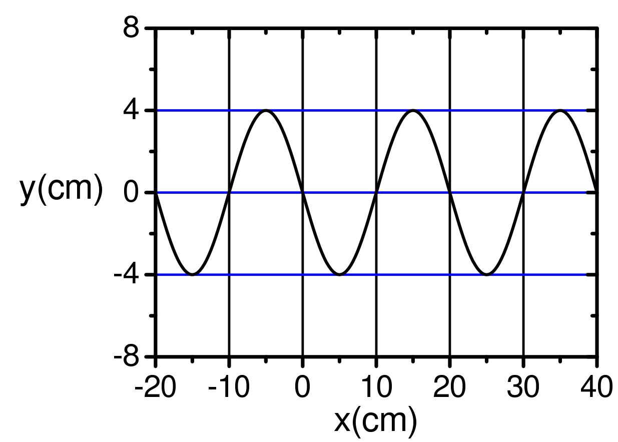
■

2. **Resolução:**

(a)

$$\lambda = 20cm, \quad A = 4cm, \quad \frac{\partial y}{\partial x}(0,0) < 0,$$

obtido de $\frac{\partial y}{\partial x} = -k/w\frac{\partial y}{\partial t} < 0$ pois $\frac{\partial y}{\partial t}(0,0) > 0$.



[0,7 ponto]

(b)

$\lambda f = \lambda\frac{1}{T} = \frac{20\text{ cm}}{10\text{ s}} = 2\text{cm/s} = v$ **[0,6 ponto]**

(c)

Em função do enunciado, a onda tem a forma geral $y(x;t) = (4,0\text{ cm})sen(kx - \omega t + \delta)$, onde $k = 2\pi/\lambda = (\pi/10)cm^{-1}$ e $\omega = 2\pi/T = (\pi/5)Hz$ são trivialmente obtidos dos dados da questão e δ tem que ser determinado. Assim, tomando o ponto $x = 0$ no instante $t = 2,5$ s, temos

$y(0;\ 2,5) = (4,0)sen(-\pi/2 + \delta) = 4$. Portanto $-\pi/2 + \delta = \pi/2$. Logo $\delta = \pi$.
Com isso a função fica completamente determinada: $y(x;t) = (4,0 \text{ cm})sen(kx - \omega t + \pi)$ **[0,6 ponto]**

(d)
$\dfrac{\partial y}{\partial t} = -4\omega cos(kx - \omega t + \pi)$. Portanto, temos que $\dot{y}(0;\ 5) = -4\dfrac{2\pi}{10}cos(0 - \pi + \pi) = -\dfrac{4}{5}\pi$ cm/s. **[0,7 ponto]**
■

Universidade Federal do Rio de Janeiro – Instituto de Física
Física II– 2014.1 — Prova 2: 14/05/2014
Versão: $\boxed{\text{B}}$

Seção 1. Múltipla escolha (8× 0,6= 4,8 pontos)

1. Após o regime transiente (passado um longo tempo), um oscilador amortecido forçado oscilará com

   (a) a frequência da força externa.

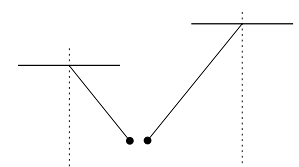
   (b) a frequência do oscilador amortecido livre.

   (c) a frequência do oscilador não amortecido livre.

   (d) a frequência de batimento causada pela frequência do oscilador amortecido livre e a frequência da força externa.

   (e) Nenhuma das respostas anteriores.

2. Dois pêndulos de comprimentos L_1 e L_2 oscilam de tal modo que os dois pesos em suas extremidades aproximam-se (veja a figura), sem se tocar , sempre que decorrem seis (6) períodos do pêndulo menor (L_1) e quatro (4) períodos do pêndulo maior. Qual relação L_2/L_1?



   (a) 9/4

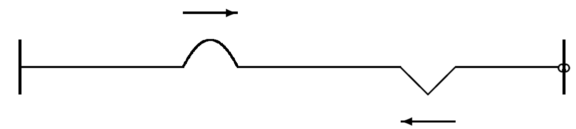
   (b) 3/2

   (c) 2

   (d) 4/9

   (e) 2/3

3. Dois pulsos de formas diferentes se propagam com velocidade v numa corda esticada de comprimento L. A corda tem sua extremidade esquerda fixa num suporte, mas a extremidade direita pode oscilar livremente. Num dado instante a situação da corda é aquela mostrada na figura. Esta EXATA situação irá se repetir exatamente após um intervalo de tempo mínimo dado por:



   (a) $\Delta t = L/v$

   (b) $\Delta t = 2L/v$

   (c) $\Delta t = 3L/v$

   (d) $\Delta t = 4L/v$

   (e) $\Delta t = 6L/v$

4. Uma onda sonora :

   I. se propaga no vácuo com uma velocidade de 340 m/s.

   II. não se propaga no vácuo pois é acompanhada de um transporte de matéria.

   III. transporta energia.

   IV. é uma onda de pressão.

   V. é uma onda de deslocamento.

   São verdadeiras:

   (a) I, III e IV.
   (b) II, III, IV.
   (c) I, IV e V.
   (d) III, IV e V.
   (e) II, IV e V.
   (f) I, II e III.
   (g) II, III, IV e V.

5. Uma partícula se move segundo um movimento harmônico simples. Quando sua posição é $x = x_{max}/2$, o módulo de sua velocidade é

   (a) $v = v_{max}$.
   (b) $v = \sqrt{3}v_{max}/2$.
   (c) $v = \sqrt{2}v_{max}$.
   (d) $v = 2v_{max}/\sqrt{3}$.
   (e) $v = 2v_{max}/\sqrt{3}$.

6. Considere o caso em que um observador está em repouso, em relação à atmosfera, e uma fonte emitindo som com frequência ν_0 se aproxima dele com velocidade $v < v_{som}$. Considere agora, o caso em que a fonte está em repouso, em relação à atmosfera, e o observador se aproxima dela com velocidade v. Considere seguintes afirmações:

   I. Em ambos os casos, a frequência medida é diferente de ν_0.

   II. Em ambos os casos, a frequência medida aumenta em relação a ν_0.

   III. Em ambos os casos, a frequência medida diminui em relação a ν_0.

   IV. A frequência medida é a mesma em ambos os casos.

   V. Não é possível relacionar as frequência medidas em cada caso.

   Quais afirmações acima são verdadeiras?

   (a) Somente a I.
   (b) Somente a II.
   (c) Somente a III.
   (d) Somente a IV.
   (e) Somente a V.
   (f) I e II.
   (g) I e III.
   (h) I e IV.

7. Duas ondas harmônicas de mesmas frequência e número de onda interferem. A potência média de cada uma delas é 10 W. Qual deve ser a diferença de fase entre elas para que a onda resultante tenha potência média igual a 30W?

   (a) 0 rad.
   (b) $\pi/6$ rad.
   (c) $\pi/4$ rad.
   (d) $\pi/3$ rad.
   (e) $\pi/2$ rad.
   (f) Não há resposta, pois a potência média resultante não pode ser maior que a soma das potências médias individuais.

8. Considere duas cordas inextensíveis e homogêneas idênticas, sujeitas à mesma tensão. Em cada uma temos uma onda em um modo normal diferente. Considere as afirmações abaixo:

   I. As velocidades de propagação das ondas são diferentes.

   II. Os números de onda são iguais, mas as frequências diferentes.

   III. As frequências são iguais, mas os números de onda diferentes.

   IV. As velocidades de propagação das ondas são iguais.

   V. Os números de onda e as frequências são iguais.

   VI. Os números de onda e as frequências são diferentes.

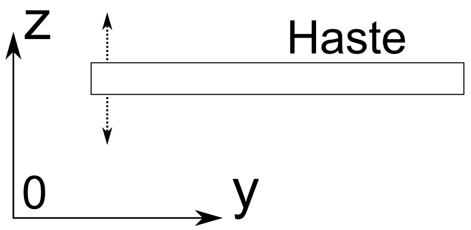
   Quais afirmações acima são verdadeiras?

   (a) I e II.
   (b) I e III.
   (c) I e V.
   (d) I e VI.
   (e) II e IV.
   (f) III e IV.
   (g) IV e V.
   (h) IV e VI.

Seção 2. Questões discursivas (2×2,6 = 5,2 pontos)

1. **[2,6 pontos]** Um microscópio de força magnética usa a alta sensibilidade de uma haste micrométrica a variações de força para medir o gradiente de força magnética em uma região.

   O movimento de oscilação da extremidade da haste se dá na direção (Oz) perpendicular a haste, como ilustra a figura, e tem uma frequência angular própria ω_0. Para simplificar a questão, consideraremos a equação do movimento da extremidade da haste, sem força externa, da seguinte forma: $z'' + \omega_0^2 z = 0$. Um mecanismo permite excitar a haste com uma força de amplitude $\vec{F} = F_0 \cos(\omega t)\hat{z}$. A frequência angular ω é um pouco inferior a frequência angular própria da haste.



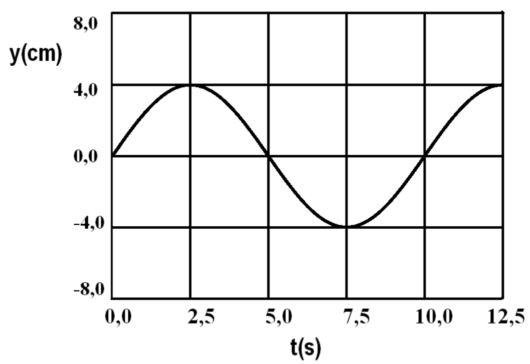
a) **[0,5 ponto]** Escreva a equação diferencial de movimento do oscilador harmônico forçado. Considere que m é a massa efetiva da haste (massa em movimento durante as oscilações).

b) **[1,2 ponto]** Escreva a solução da equação homogênea, a solução particular da equação inomogênea e a solução geral da equação inomogênea.

c) **[0,5 ponto]** Suponha **A PARTIR DE AGORA** que uma força externa **ADICIONAL** atua sobre a haste. Como varia a frequência de ressonância se esta força adicional for tipo $\vec{H} = hz\hat{z}$ $(h > 0)$)?

d) **[0,4 ponto]** Para uma excitação a uma frequência angular ω inferior a ω_0, como varia (qualitativamente) a amplitude com a presença da força $\vec{H}$?

2. **[2,6 pontos]** Uma onda senoidal transversal com $\lambda = 20$ cm está se propagando no sentido de x crescente. O deslocamento da partícula em $x = 0$, a partir do equilíbrio e em função do tempo, é mostrado na figura.



a) **[0,7 ponto]** Faça um esboço da onda no instante $t = 0$ no trecho contido entre os pontos $x = 0$ e $x = 40$ cm. Indique claramente a amplitude, o comprimento de onda e o sinal da derivada em ($x = 0$,$t = 0$).

b) **[0,6 ponto]** Qual é a velocidade de propagação da onda?

c) **[0,6 ponto]** Escreva a função $y(x,t)$ que descreve a onda em qualquer x e t.

d) **[0,7 ponto]** Calcule a velocidade transversal da partícula em $x = 0$ e $t = 5$ s.

Gabarito para Versão $\boxed{\text{B}}$

Seção 1. Múltipla escolha (8× 0,6= 4,8 pontos)

1. (a)
2. (a)
3. (d)
4. (d)
5. (b)
6. (f)
7. (d)
8. (h)

Seção 2. Questões discursivas (2×2,6 = 5,2 pontos)

1. **Resolução:**

(a) A eq. do sistema forçado, em notação complexa é

$$y'' + \omega_0^2 y = \frac{F}{m} e^{i\omega t} \quad \textbf{(0,5 ponto)},$$

cuja parte real é dada por

$$z'' + \omega_0^2 z = \frac{F}{m}\cos(\omega t)$$

onde $z = Re(y)$

(b)

A solução complexa da equação homogênea é

$$y(t) = Ae^{i(\omega_0 t + \phi_0)} \quad \textbf{(0,4 ponto)},$$

com parte real dada por

$$z(t) = Acos(\omega_0 t + \phi_0).$$

A solução particular da equação complexa inomogênea é

$$y(t) = \frac{F}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} e^{i\omega t} \quad \textbf{(0,4 ponto)},$$

com parte real dada por

$$z(t) = \frac{F}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}\cos(\omega t).$$

A solução geral da equação complexa inomogênea é

$$y(t) = Ae^{i(\omega_0 t + \phi_0)} + \frac{F}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} e^{i\omega t} \quad \textbf{(0,4 ponto)},$$

com parte real dada por

$$z(t) = Acos(\omega_0 t + \phi_0) + \frac{F}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}\cos(\omega t).$$

(c)

A equação do oscilador pode ser escrita como $y'' + \left(\omega_0^2 - \frac{h}{m}\right) y = \frac{F}{m} e^{i\omega t}$ **(0,2 ponto)**, com parte real dada por $z'' + \left(\omega_0^2 - \frac{h}{m}\right) z = \frac{F}{m}\cos(\omega t)$

A frequência de ressonância é então $\omega_1^2 = \omega_0^2 - h/m$. h sendo positivo, a frequência de ressonância diminui. **(0,3 ponto)**

(d) Como a frequência de excitação ω é inferior a frequência própria da haste ω_0, a presença da força $\vec{H}$ faz a frequência de ressonância se aproximar da frequência de excitação, e por consequência a amplitude da oscilação deve aumentar. **(0,4 ponto)**

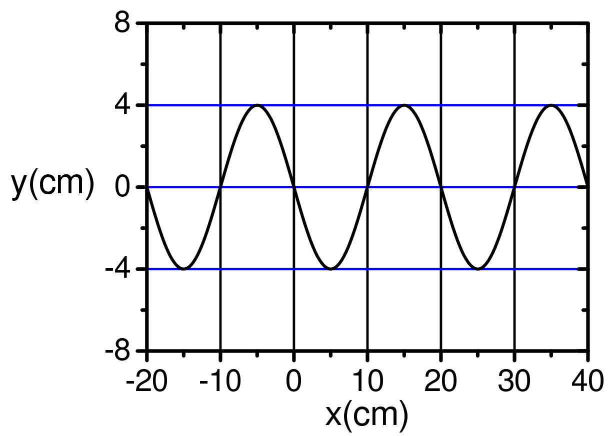
■

2. **Resolução:**

(a)

$$\lambda = 20cm, \quad A = 4cm, \quad \frac{\partial y}{\partial x}(0,0) < 0,$$

obtido de $\frac{\partial y}{\partial x} = -k/w \frac{\partial y}{\partial t} < 0$ pois $\frac{\partial y}{\partial t}(0,0) > 0$.



[0,7 ponto]

(b)

$\lambda f = \lambda \frac{1}{T} = \frac{20\ \text{cm}}{10\ \text{s}} = 2\text{cm/s} = v$ **[0,6 ponto]**

(c)

Em função do enunciado, a onda tem a forma geral $y(x;t) = (4,0\ \text{cm}) sen(kx - \omega t + \delta)$, onde $k = 2\pi/\lambda = (\pi/10)cm^{-1}$ e $\omega = 2\pi/T = (\pi/5)Hz$ são trivialmente obtidos dos dados da questão e δ tem que ser determinado. Assim, tomando o ponto $x = 0$ no instante $t = 2,5$ s, temos

$y(0;\ 2,5) = (4,0) sen(-\pi/2 + \delta) = 4$. Portanto $-\pi/2 + \delta = \pi/2$. Logo $\delta = \pi$.
Com isso a função fica completamente determinada: $y(x;t) = (4,0\ \text{cm}) sen(kx - \omega t + \pi)$ **[0,6 ponto]**

(d)

$\frac{\partial y}{\partial t} = -4\omega cos(kx - \omega t + \pi)$. Portanto, temos que $\dot{y}(0;\ 5) = -4\frac{2\pi}{10} cos(0 - \pi + \pi) = -\frac{4}{5}\pi$ cm/s. **[0,7 ponto]**

■

Universidade Federal do Rio de Janeiro – Instituto de Física
Física II– 2014.1 — Prova 2: 14/05/2014
Versão: C

Seção 1. Múltipla escolha (8× 0,6= 4,8 pontos)

1. Após o regime transiente (passado um longo tempo), um oscilador amortecido forçado oscilará com

(a) a frequência da força externa.

(b) a frequência do oscilador amortecido livre.

(c) a frequência do oscilador não amortecido livre.

(d) a frequência de batimento causada pela frequência do oscilador amortecido livre e a frequência da força externa.

(e) Nenhuma das respostas anteriores.

2. Uma onda sonora :

I. se propaga no vácuo com uma velocidade de 340 m/s.

II. não se propaga no vácuo pois é acompanhada de um transporte de matéria.

III. transporta energia.

IV. é uma onda de pressão.

V. é uma onda de deslocamento.

São verdadeiras:

(a) I, III e IV.

(b) II, III, IV.

(c) I, IV e V.

(d) III, IV e V.

(e) II, IV e V.

(f) I, II e III.

(g) II, III, IV e V.

3. Duas ondas harmônicas de mesmas frequência e número de onda interferem. A potência média de cada uma delas é 10 W. Qual deve ser a diferença de fase entre elas para que a onda resultante tenha potência média igual a 30W?

(a) 0 rad.

(b) $\pi/6$ rad.

(c) $\pi/4$ rad.

(d) $\pi/3$ rad.

(e) $\pi/2$ rad.

(f) Não há resposta, pois a potência média resultante não pode ser maior que a soma das potências médias individuais.

4. Uma partícula se move segundo um movimento harmônico simples. Quando sua posição é $x = x_{max}/2$, o módulo de sua velocidade é

(a) $v = v_{max}$.

(b) $v = \sqrt{3}v_{max}/2$.

(c) $v = \sqrt{2}v_{max}$.

(d) $v = 2v_{max}/\sqrt{3}$.

(e) $v = 2v_{max}/\sqrt{3}$.

5. Considere duas cordas inextensíveis e homogêneas idênticas, sujeitas à mesma tensão. Em cada uma temos uma onda em um modo normal diferente. Considere as afirmações abaixo:

I. As velocidades de propagação das ondas são diferentes.

II. Os números de onda são iguais, mas as frequências diferentes.

III. As frequências são iguais, mas os números de onda diferentes.

IV. As velocidades de propagação das ondas são iguais.

V. Os números de onda e as frequências são iguais.

VI. Os números de onda e as frequências são diferentes.

Quais afirmações acima são verdadeiras?

(a) I e II.

(b) I e III.

(c) I e V.

(d) I e VI.

(e) II e IV.

(f) III e IV.

(g) IV e V.

(h) IV e VI.

6. Considere o caso em que um observador está em repouso, em relação à atmosfera, e uma fonte emitindo som com frequência ν_0 se aproxima dele com velocidade $v < v_{som}$. Considere agora, o caso em que a fonte está em repouso, em relação à atmosfera, e o observador se aproxima dela com velocidade v. Considere seguintes afirmações:

I. Em ambos os casos, a frequência medida é diferente de ν_0.

II. Em ambos os casos, a frequência medida aumenta em relação a ν_0.

III. Em ambos os casos, a frequência medida diminui em relação a ν_0.

IV. A frequência medida é a mesma em ambos os casos.

V. Não é possível relacionar as frequência medidas em cada caso.

Quais afirmações acima são verdadeiras?

(a) Somente a I.

(b) Somente a II.

(c) Somente a III.

(d) Somente a IV.

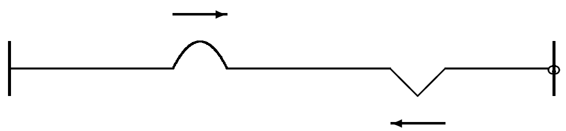
(e) Somente a V.

(f) I e II.

(g) I e III.

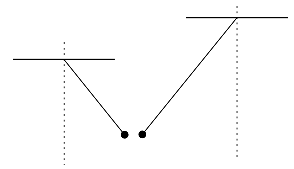
(h) I e IV.

7. Dois pulsos de formas diferentes se propagam com velocidade v numa corda esticada de comprimento L. A corda tem sua extremidade esquerda fixa num suporte, mas a extremidade direita pode oscilar livremente. Num dado instante a situação da corda é aquela mostrada na figura. Esta EXATA situação irá se repetir exatamente após um intervalo de tempo mínimo dado por:



(a) $\Delta t = L/v$
(b) $\Delta t = 2L/v$
(c) $\Delta t = 3L/v$
(d) $\Delta t = 4L/v$
(e) $\Delta t = 6L/v$

8. Dois pêndulos de comprimentos L_1 e L_2 oscilam de tal modo que os dois pesos em suas extremidades aproximam-se (veja a figura), sem se tocar , sempre que decorrem seis (6) períodos do pêndulo menor (L_1) e quatro (4) períodos do pêndulo maior. Qual relação L_2/L_1?

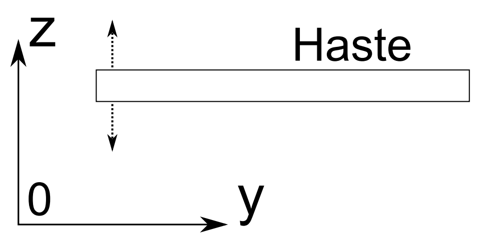


(a) 9/4
(b) 3/2
(c) 2
(d) 4/9
(e) 2/3

Seção 2. Questões discursivas (2×2,6 = 5,2 pontos)

1. **[2,6 pontos]** Um microscópio de força magnética usa a alta sensibilidade de uma haste micrométrica a variações de força para medir o gradiente de força magnética em uma região.

O movimento de oscilação da extremidade da haste se dá na direção (Oz) perpendicular a haste, como ilustra a figura, e tem uma frequência angular própria ω_0. Para simplificar a questão, consideraremos a equação do movimento da extremidade da haste, sem força externa, da seguinte forma: $z'' + \omega_0^2 z = 0$. Um mecanismo permite excitar a haste com uma força de amplitude $\vec{F} = F_0 \cos(\omega t)\hat{z}$. A frequência angular ω é um pouco inferior a frequência angular própria da haste.



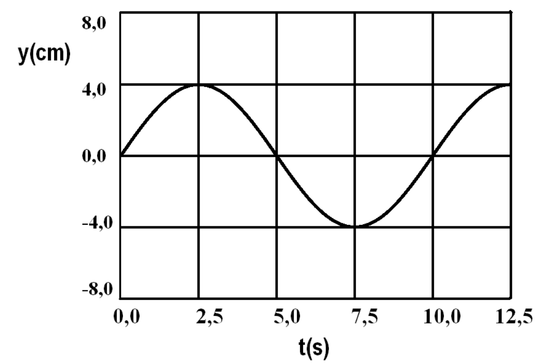
a) **[0,5 ponto]** Escreva a equação diferencial de movimento do oscilador harmônico forçado. Considere que m é a massa efetiva da haste (massa em movimento durante as oscilações).

b) **[1,2 ponto]** Escreva a solução da equação homogênea, a solução particular da equação inomogênea e a solução geral da equação inomogênea.

c) **[0,5 ponto]** Suponha **A PARTIR DE AGORA** que uma força externa **ADICIONAL** atua sobre a haste. Como varia a frequência de ressonância se esta força adicional for tipo $\vec{H} = hz\hat{z}$ $(h > 0)$)?

d) **[0,4 ponto]** Para uma excitação a uma frequência angular ω inferior a ω_0, como varia (qualitativamente) a amplitude com a presença da força $\vec{H}$?

2. **[2,6 pontos]** Uma onda senoidal transversal com $\lambda = 20$ cm está se propagando no sentido de x crescente. O deslocamento da partícula em $x = 0$, a partir do equilíbrio e em função do tempo, é mostrado na figura.



a) **[0,7 ponto]** Faça um esboço da onda no instante $t = 0$ no trecho contido entre os pontos $x = 0$ e $x = 40$ cm. Indique claramente a amplitude, o comprimento de onda e o sinal da derivada em $(x = 0, t = 0)$.

b) **[0,6 ponto]** Qual é a velocidade de propagação da onda?

c) **[0,6 ponto]** Escreva a função $y(x, t)$ que descreve a onda em qualquer x e t.

d) **[0,7 ponto]** Calcule a velocidade transversal da partícula em $x = 0$ e $t = 5$ s.

Gabarito para Versão $\boxed{\text{C}}$

Seção 1. Múltipla escolha (8× 0,6= 4,8 pontos)

1. (a)
2. (d)
3. (d)
4. (b)
5. (h)
6. (f)
7. (d)
8. (a)

Seção 2. Questões discursivas (2×2,6 = 5,2 pontos)

1. **Resolução:**
(a) A eq. do sistema forçado, em notação complexa é

$$y'' + \omega_0^2 y = \frac{F}{m} e^{i\omega t} \quad \textbf{(0,5 ponto)},$$

cuja parte real é dada por

$$z'' + \omega_0^2 z = \frac{F}{m}\cos(\omega t)$$

onde $z = Re(y)$

(b)

A solução complexa da equação homogênea é

$$y(t) = Ae^{i(\omega_0 t + \phi_0)} \quad \textbf{(0,4 ponto)},$$

com parte real dada por

$$z(t) = Acos(\omega_0 t + \phi_0).$$

A solução particular da equação complexa inomogênea é

$$y(t) = \frac{F}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} e^{i\omega t} \quad \textbf{(0,4 ponto)},$$

com parte real dada por

$$z(t) = \frac{F}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}\cos(\omega t).$$

A solução geral da equação complexa inomogênea é

$$y(t) = Ae^{i(\omega_0 t + \phi_0)} + \frac{F}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} e^{i\omega t} \quad \textbf{(0,4 ponto)},$$

com parte real dada por

$$z(t) = Acos(\omega_0 t + \phi_0) + \frac{F}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}\cos(\omega t).$$

(c)

A equação do oscilador pode ser escrita como $y'' + \left(\omega_0^2 - \frac{h}{m}\right) y = \frac{F}{m} e^{i\omega t}$ **(0,2 ponto)**, com parte real dada por $z'' + \left(\omega_0^2 - \frac{h}{m}\right) z = \frac{F}{m}\cos(\omega t)$

A frequência de ressonância é então $\omega_1^2 = \omega_0^2 - h/m$. h sendo positivo, a frequência de ressonância diminui. **(0,3 ponto)**

(d) Como a frequência de excitação ω é inferior a frequência própria da haste ω_0, a presença da força $\vec{H}$ faz a frequência de ressonância se aproximar da frequência de excitação, e por consequência a amplitude da oscilação deve aumentar. **(0,4 ponto)**

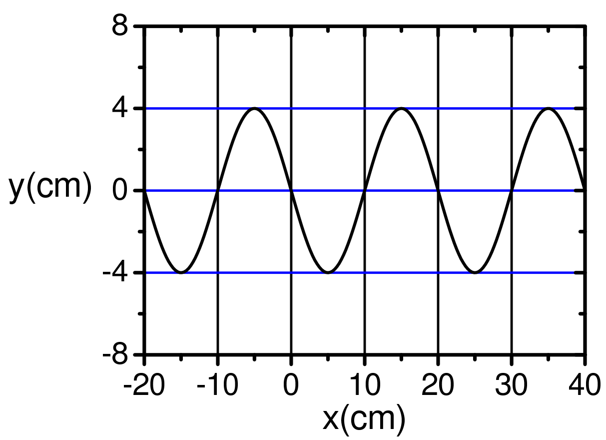
■

2. **Resolução:**

(a)

$$\lambda = 20cm, \quad A = 4cm, \quad \frac{\partial y}{\partial x}(0,0) < 0,$$

obtido de $\frac{\partial y}{\partial x} = -k/w \frac{\partial y}{\partial t} < 0$ pois $\frac{\partial y}{\partial t}(0,0) > 0$.



[0,7 ponto]

(b)

$\lambda f = \lambda \frac{1}{T} = \frac{20 \text{ cm}}{10 \text{ s}} = 2\text{cm/s} = v$ **[0,6 ponto]**

(c)

Em função do enunciado, a onda tem a forma geral $y(x;t) = (4,0 \text{ cm})sen(kx - \omega t + \delta)$, onde $k = 2\pi/\lambda = (\pi/10)cm^{-1}$ e $\omega = 2\pi/T = (\pi/5)Hz$ são trivialmente obtidos dos dados da questão e δ tem que ser determinado. Assim, tomando o ponto $x = 0$ no instante $t = 2,5$ s, temos

$y(0;\ 2,5) = (4,0)sen(-\pi/2+\delta) = 4$. Portanto $-\pi/2+\delta = \pi/2$. Logo $\delta = \pi$.
Com isso a função fica completamente determinada: $y(x;t) = (4,0\ \text{cm})sen(kx-\omega t+\pi)$ **[0,6 ponto]**

(d)
$\frac{\partial y}{\partial t} = -4\omega cos(kx-\omega t+\pi)$. Portanto, temos que $\dot{y}(0;\ 5) = -4\frac{2\pi}{10}cos(0-\pi+\pi) = -\frac{4}{5}\pi$ cm/s. **[0,7 ponto]**
■

Universidade Federal do Rio de Janeiro – Instituto de Física
Física II– 2014.1 — Prova 2: 14/05/2014
Versão: $\boxed{\text{D}}$

Seção 1. Múltipla escolha (8× 0,6= 4,8 pontos)

1. Considere o caso em que um observador está em repouso, em relação à atmosfera, e uma fonte emitindo som com frequência ν_0 se aproxima dele com velocidade $v < v_{som}$. Considere agora, o caso em que a fonte está em repouso, em relação à atmosfera, e o observador se aproxima dela com velocidade v. Considere seguintes afirmações:

   I. Em ambos os casos, a frequência medida é diferente de ν_0.

   II. Em ambos os casos, a frequência medida aumenta em relação a ν_0.

   III. Em ambos os casos, a frequência medida diminui em relação a ν_0.

   IV. A frequência medida é a mesma em ambos os casos.

   V. Não é possível relacionar as frequência medidas em cada caso.

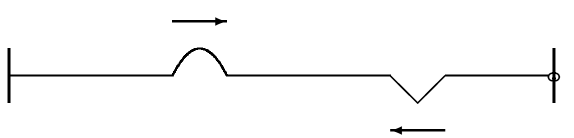
   Quais afirmações acima são verdadeiras?

   (a) Somente a I.
   (b) Somente a II.
   (c) Somente a III.
   (d) Somente a IV.
   (e) Somente a V.
   (f) I e II.
   (g) I e III.
   (h) I e IV.

2. Duas ondas harmônicas de mesmas frequência e número de onda interferem. A potência média de cada uma delas é 10 W. Qual deve ser a diferença de fase entre elas para que a onda resultante tenha potência média igual a 30W?

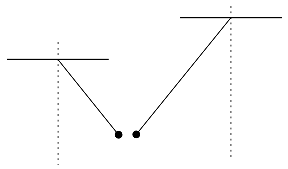
   (a) 0 rad.
   (b) $\pi/6$ rad.
   (c) $\pi/4$ rad.
   (d) $\pi/3$ rad.
   (e) $\pi/2$ rad.
   (f) Não há resposta, pois a potência média resultante não pode ser maior que a soma das potências médias individuais.

3. Dois pulsos de formas diferentes se propagam com velocidade v numa corda esticada de comprimento L. A corda tem sua extremidade esquerda fixa num suporte, mas a extremidade direita pode oscilar livremente. Num dado instante a situação da corda é aquela mostrada na figura. Esta EXATA situação irá se repetir exatamente após um intervalo de tempo mínimo dado por:



   (a) $\Delta t = L/v$
   (b) $\Delta t = 2L/v$
   (c) $\Delta t = 3L/v$
   (d) $\Delta t = 4L/v$
   (e) $\Delta t = 6L/v$

4. Dois pêndulos de comprimentos L_1 e L_2 oscilam de tal modo que os dois pesos em suas extremidades aproximam-se (veja a figura), sem se tocar , sempre que decorrem seis (6) períodos do pêndulo menor (L_1) e quatro (4) períodos do pêndulo maior. Qual relação L_2/L_1?



(a) 9/4
(b) 3/2
(c) 2
(d) 4/9
(e) 2/3

5. Considere duas cordas inextensíveis e homogêneas idênticas, sujeitas à mesma tensão. Em cada uma temos uma onda em um modo normal diferente. Considere as afirmações abaixo:

I. As velocidades de propagação das ondas são diferentes.

II. Os números de onda são iguais, mas as frequências diferentes.

III. As frequências são iguais, mas os números de onda diferentes.

IV. As velocidades de propagação das ondas são iguais.

V. Os números de onda e as frequências são iguais.

VI. Os números de onda e as frequências são diferentes.

Quais afirmações acima são verdadeiras?

(a) I e II.
(b) I e III.
(c) I e V.
(d) I e VI.
(e) II e IV.
(f) III e IV.
(g) IV e V.
(h) IV e VI.

6. Após o regime transiente (passado um longo tempo), um oscilador amortecido forçado oscilará com

(a) a frequência da força externa.
(b) a frequência do oscilador amortecido livre.
(c) a frequência do oscilador não amortecido livre.
(d) a frequência de batimento causada pela frequência do oscilador amortecido livre e a frequência da força externa.
(e) Nenhuma das respostas anteriores.

7. Uma onda sonora :

I. se propaga no vácuo com uma velocidade de 340 m/s.

II. não se propaga no vácuo pois é acompanhada de um transporte de matéria.

III. transporta energia.

IV. é uma onda de pressão.

V. é uma onda de deslocamento.

São verdadeiras:

(a) I, III e IV.
(b) II, III, IV.
(c) I, IV e V.
(d) III, IV e V.
(e) II, IV e V.
(f) I, II e III.
(g) II, III, IV e V.

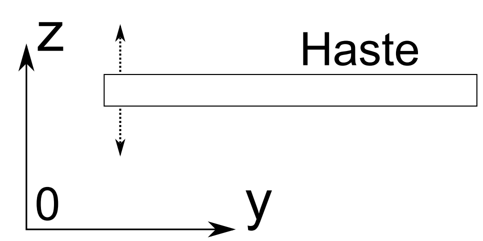
8. Uma partícula se move segundo um movimento harmônico simples. Quando sua posição é $x = x_{max}/2$, o módulo de sua velocidade é

(a) $v = v_{max}$.
(b) $v = \sqrt{3}v_{max}/2$.
(c) $v = \sqrt{2}v_{max}$.
(d) $v = 2v_{max}/\sqrt{3}$.
(e) $v = 2v_{max}/\sqrt{3}$.

Seção 2. Questões discursivas (2×2,6 = 5,2 pontos)

1. **[2,6 pontos]** Um microscópio de força magnética usa a alta sensibilidade de uma haste micrométrica a variações de força para medir o gradiente de força magnética em uma região.

O movimento de oscilação da extremidade da haste se dá na direção (Oz) perpendicular a haste, como ilustra a figura, e tem uma frequência angular própria ω_0. Para simplificar a questão, consideraremos a equação do movimento da extremidade da haste, sem força externa, da seguinte forma: $z'' + \omega_0^2 z = 0$. Um mecanismo permite excitar a haste com uma força de amplitude $\vec{F} = F_0 \cos(\omega t)\hat{z}$. A frequência angular ω é um pouco inferior a frequência angular própria da haste.



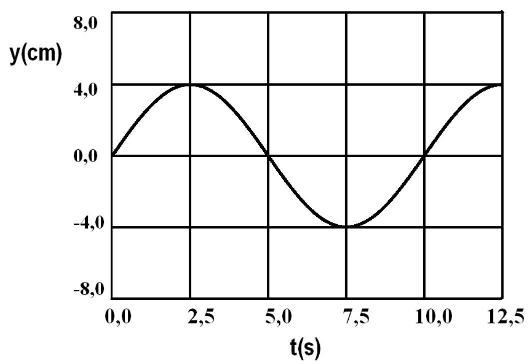
a) **[0,5 ponto]** Escreva a equação diferencial de movimento do oscilador harmônico forçado. Considere que m é a massa efetiva da haste (massa em movimento durante as oscilações).

b) **[1,2 ponto]** Escreva a solução da equação homogênea, a solução particular da equação inomogênea e a solução geral da equação inomogênea.

c) **[0,5 ponto]** Suponha **A PARTIR DE AGORA** que uma força externa **ADICIONAL** atua sobre a haste. Como varia a frequência de ressonância se esta força adicional for tipo $\vec{H} = hz\hat{z}$ $(h > 0)$)?

d) **[0,4 ponto]** Para uma excitação a uma frequência angular ω inferior a ω_0, como varia (qualitativamente) a amplitude com a presença da força $\vec{H}$?

2. **[2,6 pontos]** Uma onda senoidal transversal com $\lambda = 20$ cm está se propagando no sentido de x crescente. O deslocamento da partícula em $x = 0$, a partir do equilíbrio e em função do tempo, é mostrado na figura.



a) **[0,7 ponto]** Faça um esboço da onda no instante $t = 0$ no trecho contido entre os pontos $x = 0$ e $x = 40$ cm. Indique claramente a amplitude, o comprimento de onda e o sinal da derivada em $(x = 0, t = 0)$.

b) **[0,6 ponto]** Qual é a velocidade de propagação da onda?

c) **[0,6 ponto]** Escreva a função $y(x, t)$ que descreve a onda em qualquer x e t.

d) **[0,7 ponto]** Calcule a velocidade transversal da partícula em $x = 0$ e $t = 5$ s.

Gabarito para Versão $\boxed{\text{D}}$

Seção 1. Múltipla escolha (8× 0,6= 4,8 pontos)

1. (f)
2. (d)
3. (d)
4. (a)
5. (h)
6. (a)
7. (d)
8. (b)

Seção 2. Questões discursivas (2×2,6 = 5,2 pontos)

1. **Resolução:**
(a) A eq. do sistema forçado, em notação complexa é

$$y'' + \omega_0^2 y = \frac{F}{m} e^{i\omega t} \quad \textbf{(0,5 ponto)},$$

cuja parte real é dada por

$$z'' + \omega_0^2 z = \frac{F}{m} \cos(\omega t)$$

onde $z = Re(y)$

(b)

A solução complexa da equação homogênea é

$$y(t) = Ae^{i(\omega_0 t + \phi_0)} \quad \textbf{(0,4 ponto)},$$

com parte real dada por

$$z(t) = Acos(\omega_0 t + \phi_0).$$

A solução particular da equação complexa inomogênea é

$$y(t) = \frac{F}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} e^{i\omega t} \quad \textbf{(0,4 ponto)},$$

com parte real dada por

$$z(t) = \frac{F}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \cos(\omega t).$$

A solução geral da equação complexa inomogênea é

$$y(t) = Ae^{i(\omega_0 t + \phi_0)} + \frac{F}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} e^{i\omega t} \quad \textbf{(0,4 ponto)},$$

com parte real dada por

$$z(t) = Acos(\omega_0 t + \phi_0) + \frac{F}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \cos(\omega t).$$

(c)

A equação do oscilador pode ser escrita como $y'' + \left(\omega_0^2 - \frac{h}{m}\right) y = \frac{F}{m} e^{i\omega t}$ **(0,2 ponto)**, com parte real dada por $z'' + \left(\omega_0^2 - \frac{h}{m}\right) z = \frac{F}{m}\cos(\omega t)$

A frequência de ressonância é então $\omega_1^2 = \omega_0^2 - h/m$. h sendo positivo, a frequência de ressonância diminui. **(0,3 ponto)**

(d) Como a frequência de excitação ω é inferior a frequência própria da haste ω_0, a presença da força $\vec{H}$ faz a frequência de ressonância se aproximar da frequência de excitação, e por consequência a amplitude da oscilação deve aumentar. **(0,4 ponto)**

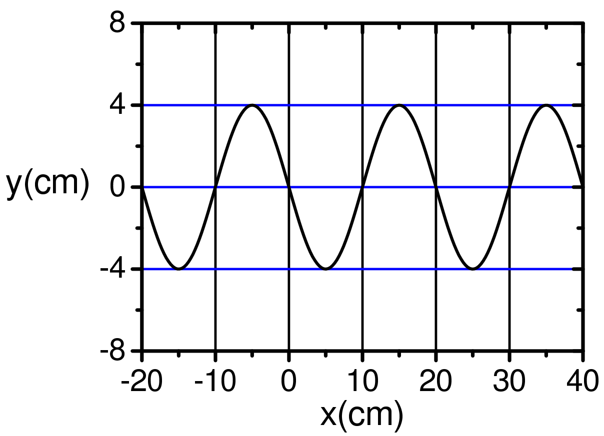
■

2. **Resolução:**

(a)

$$\lambda = 20cm, \quad A = 4cm, \quad \frac{\partial y}{\partial x}(0,0) < 0,$$

obtido de $\frac{\partial y}{\partial x} = -k/w \frac{\partial y}{\partial t} < 0$ pois $\frac{\partial y}{\partial t}(0,0) > 0$.



[0,7 ponto]

(b)

$\lambda f = \lambda \frac{1}{T} = \frac{20 \text{ cm}}{10 \text{ s}} = 2\text{cm/s} = v$ **[0,6 ponto]**

(c)

Em função do enunciado, a onda tem a forma geral $y(x;t) = (4,0 \text{ cm}) sen(kx - \omega t + \delta)$, onde $k = 2\pi/\lambda = (\pi/10)cm^{-1}$ e $\omega = 2\pi/T = (\pi/5)Hz$ são trivialmente obtidos dos dados da questão e δ tem que ser determinado. Assim, tomando o ponto $x = 0$ no instante $t = 2,5$ s, temos

$y(0;\ 2,5) = (4,0)sen(-\pi/2 + \delta) = 4$. Portanto $-\pi/2 + \delta = \pi/2$. Logo $\delta = \pi$.
Com isso a função fica completamente determinada: $y(x;t) = (4,0 \text{ cm})sen(kx - \omega t + \pi)$ **[0,6 ponto]**

(d)

$\frac{\partial y}{\partial t} = -4\omega cos(kx - \omega t + \pi)$. Portanto, temos que $\dot{y}(0;\ 5) = -4\frac{2\pi}{10}cos(0 - \pi + \pi) = -\frac{4}{5}\pi$ cm/s. **[0,7 ponto]**

■