Universidade Federal do Rio de Janeiro — Instituto de Física

Oficinas de Física — 2014/2

Oficina 2: Cinemática

Indicação das soluções

Estas soluções são <u>insuficientes</u> para a solução completa de cada questão!

1) **(i)** $y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$ e $v_y = v_0 - gt$.

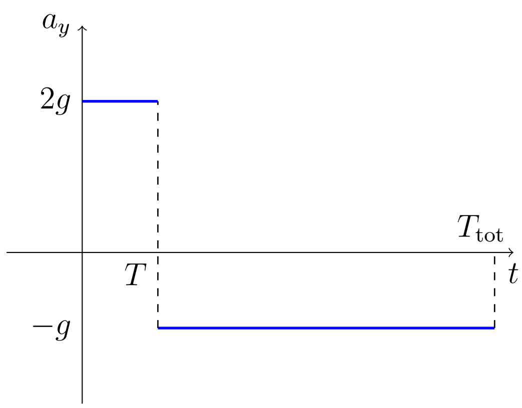
$$\frac{dy}{dt} = v_y = 0 \Leftrightarrow \boxed{t_H = \frac{v_0}{g}}. \; H = y\left(\frac{v_0}{g}\right) = v_0 \frac{v_0}{g} - \frac{1}{2} g \frac{v_0^2}{g^2} \Rightarrow \boxed{H = \frac{v_0^2}{2g}}.$$

(ii) $y = 0 \Leftrightarrow v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \Leftrightarrow t = 0$ ou $\boxed{t = \frac{2v_0}{g}}$.

(iii) $t_{\text{des}} = t - t_H = \frac{v_0}{g} = t_H = t_{\text{sub}}$.

(iv) $\frac{1}{2} g t^2 - v_0 t + y = 0 \Leftrightarrow t = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2gy}}{g} \Rightarrow v_y = v_0 - v_0 \mp \sqrt{v_0^2 - 2gy} \Leftrightarrow \boxed{v_y = \pm\sqrt{v_0^2 - 2gy}}$.

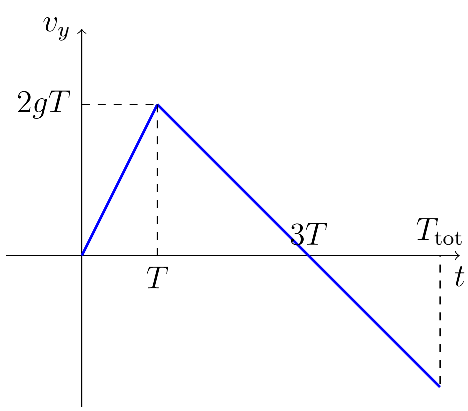
2) **(i)**



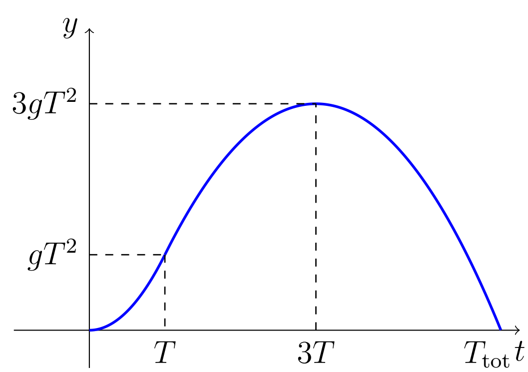
$$a_y = \begin{cases} 2g & \text{se } 0 < t < T \\ -g & \text{se } T < t < T_{\text{tot}} \end{cases}$$

(ii) $v_T = \underbrace{v_0}_{=0} + 2gT \Leftrightarrow \boxed{v_T = 2gT}$.

(iii)

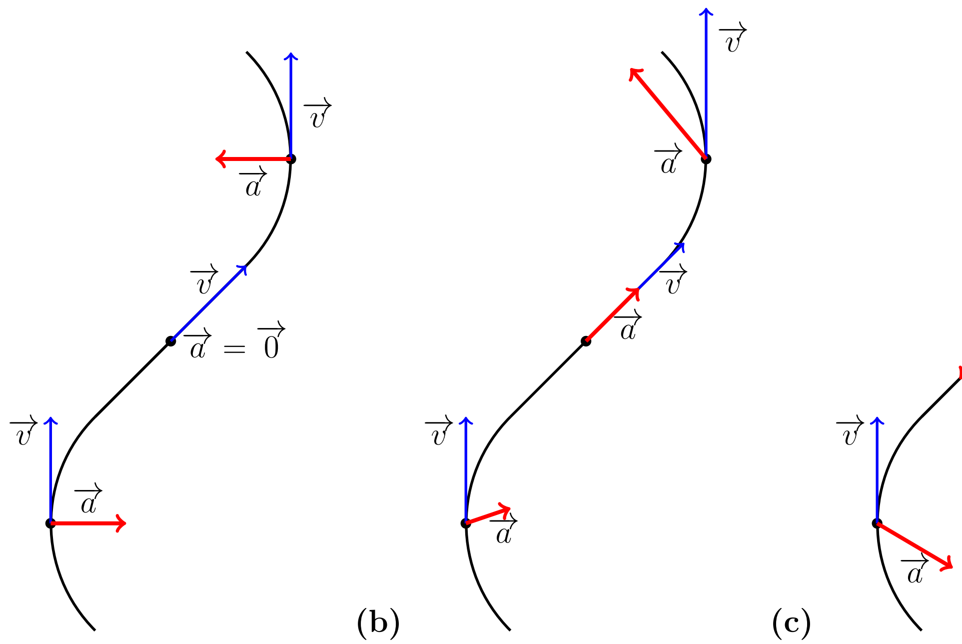


(v)



(iv) $0 = v_T^2 - 2g(H_{\text{máx}} - h) \Rightarrow H_{\text{máx}} = h + \frac{v_T^2}{2g}$. Mas $v_T^2 = 0^2 + 2 \times 2gh \Rightarrow h = \frac{v_T^2}{4g}$; logo: $H_{\text{máx}} = \frac{3v_T^2}{4g} \Leftrightarrow \boxed{H_{\text{máx}} = 3gT^2}$.

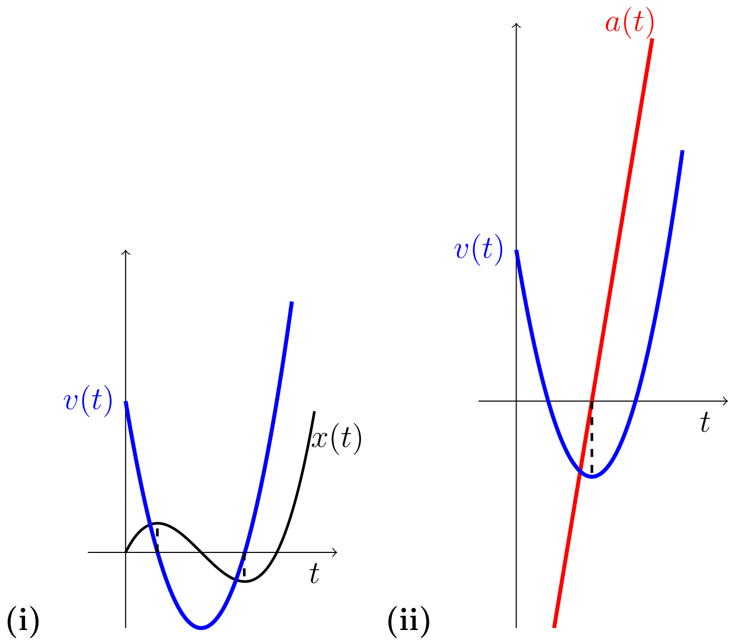
(v) $y = y_T + v_T(t-T) - \frac{1}{2}g(t-T)^2 \Leftrightarrow y = gT^2 + 2gT(t-T) - \frac{1}{2}g(t-T)^2$. $y = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}gt^2 + 3gTt - \frac{3}{2}gT^2 = 0 \Leftrightarrow t = \left(3 \pm \sqrt{6}\right)T \Rightarrow \boxed{T_{\text{tot}} = \left(3+\sqrt{6}\right)T}$.



3) (a) **(b)** **(c)**

4) (i) $a_{\text{tang}} = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\alpha R t)}{dt} = \alpha R$ e $a_{\text{rad}} = \frac{v^2}{R} = \alpha^2 R t^2$. **(ii)** $a_{\text{tang}} = a_{\text{rad}} \Leftrightarrow \alpha R = \alpha^2 R t^2 \Rightarrow \boxed{t = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}}$. Assim $v = \alpha R t = \alpha R \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\alpha} R}$.

5)



Atenção: Esta é uma questão puramente qualitativa. O importante é perceber o significado geométrico da derivada como coeficiente angular de uma curva e assim esboçar a velocidade como derivada da posição e aceleração como derivada da velocidade.

6) (i) $\vec{r}_0 = H\hat{j}$, $\vec{v}_0 = v_0 \cos\theta \hat{i} - v_0 \,\text{sen}\theta \hat{j}$ e $\vec{a} = -g\hat{j}$ (constante).

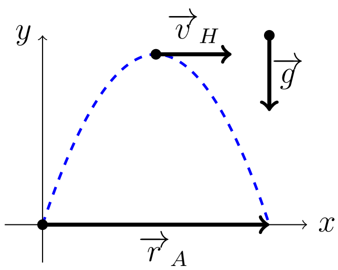
(ii) $\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}}{2}t^2 \Rightarrow \boxed{\vec{r}(t) = v_0 \cos\theta t \hat{i} + \left(H - v_0 \,\text{sen}\theta t - \frac{g}{2}t^2\right)\hat{j}}$.

(iii) $\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}\,t \Rightarrow \boxed{\vec{v}(t) = v_0 \cos\theta \hat{\imath} - (v_0\,\text{sen}\theta + gt)\,\hat{\jmath}}$.

(iv) A bola de neve atinge o solo na posição $\vec{r}_D = D\hat{\imath}$. Determinamos D e o instante t de queda através de $\vec{r}(t) = \vec{r}_D \Leftrightarrow \begin{cases} \hat{\imath}: & v_0 \cos\theta t = D \\ \hat{\jmath}: & H - v_0\,\text{sen}\theta t - \dfrac{g}{2}t^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{t = \dfrac{\sqrt{v_0^2\,\text{sen}^2\theta + 2gH} - v_0\,\text{sen}\theta}{g}}$ e $\boxed{D = v_0 \cos\theta \left[\dfrac{\sqrt{v_0^2\,\text{sen}^2\theta + 2gH} - v_0\,\text{sen}\theta}{g}\right]}$.

7) $y_{\text{cima}}(t) = v_0 t - \dfrac{gt^2}{2}$ e $y_{\text{baixo}}(t) = h - \dfrac{gt^2}{2}$. $y_{\text{cima}}(t) = y_{\text{baixo}}(t) \Rightarrow \boxed{t = \dfrac{h}{v_0}}$. $H = y_{\text{baixo}}\left(\dfrac{h}{v_0}\right) \Rightarrow$ $\boxed{H = h - \dfrac{gh^2}{2v_0^2}}$.

8) **(i)** $2\pi R = VT \Rightarrow \boxed{T = \dfrac{2\pi R}{V}}$. **(ii)** $\vec{v}_{\text{m}} = \dfrac{\vec{r}\left(\frac{3T}{4}\right) - \vec{r}\,(0)}{\frac{3T}{4}} = \dfrac{-R\hat{\jmath} - R\hat{\imath}}{\frac{6\pi R}{4V}} = \vec{v}_{\text{m}} = -\dfrac{2V}{3\pi}\,(\hat{\imath} + \hat{\jmath}) \Rightarrow \boxed{|\vec{v}_{\text{m}}| = \dfrac{2\sqrt{2}V}{3\pi}}$. **(ii)** $\vec{a}_{\text{m}} = \dfrac{\vec{v}\left(\frac{3T}{4}\right) - \vec{v}\,(0)}{\frac{3T}{4}} = \dfrac{V\hat{\imath} - V\hat{\jmath}}{\frac{6\pi R}{4V}} \Rightarrow \boxed{|\vec{a}_{\text{m}}| = \dfrac{2V^2\sqrt{2}}{3\pi R}}$



9) $\vec{r}_A \cdot \vec{g} = 0$, pois $\vec{r}_A \perp \vec{g}$ e $\vec{v}_H \cdot \vec{g} = 0$, pois $\vec{v}_H \perp \vec{g}$. A opção **(e)** é a resposta.