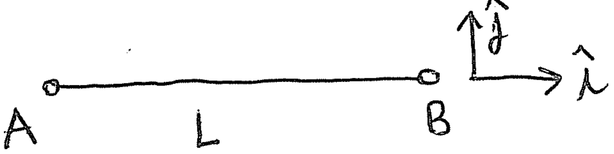
GABARITO – 3ª OFICINA : DINÂMICA

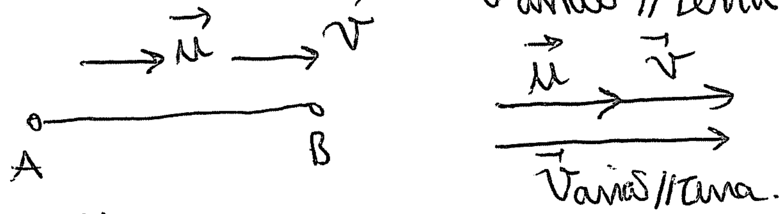
1) $\vec{v}_{avião//Terra} = \vec{v}_{avião//ar} + \vec{v}_{ar//Terra}$.

$\|\vec{v}_{avião//ar}\| = v \qquad \|\vec{v}_{ar//Terra}\| = \mu$



O tempo total de voo será : $t = \dfrac{L}{\|\vec{v}^{(ida)}_{avião//Terra}\|} + \dfrac{L}{\|\vec{v}^{(volta)}_{avião//Terra}\|}$

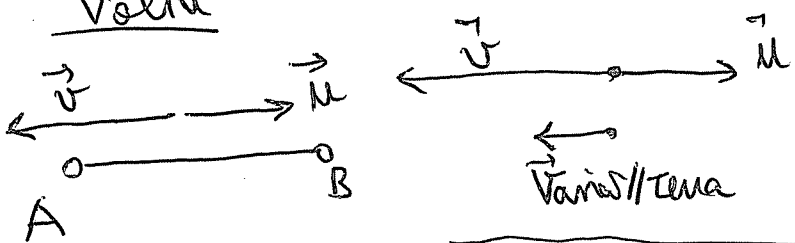
(i) Ida



$\vec{v}_{avião//Terra} = v\hat{i} + \mu\hat{i} = (v+\mu)\hat{i}$

$t^{\parallel}_{ida} = \dfrac{L}{v+\mu}$

Volta



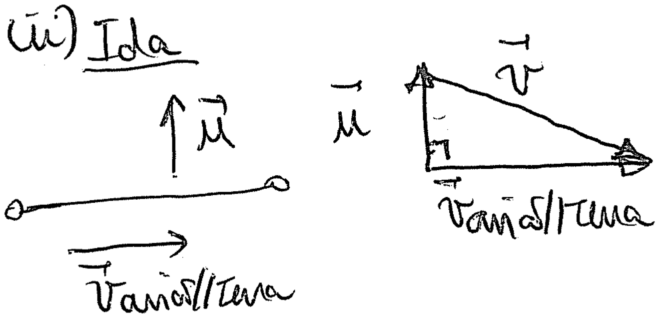
$\vec{v}_{avião//Terra} = -(v-\mu)\hat{i}$

$\therefore t^{\parallel}_{volta} = \dfrac{L}{v-\mu}$

Tempo total

$$\boxed{t^{\parallel} = \frac{L}{v+\mu} + \frac{L}{v-\mu} = \frac{2L}{v\left(1-\frac{\mu^2}{v^2}\right)}}$$

(ii) Ida

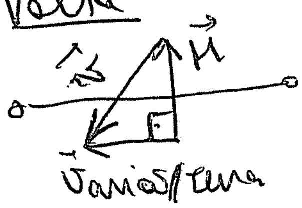


$\|\vec{v}_{avião//Terra}\|^2 + \mu^2 = v^2 \Rightarrow$

$\|\vec{v}_{avião//Terra}\| = \sqrt{v^2-\mu^2}$

$$\boxed{t^{\perp}_{ida} = \frac{L}{\sqrt{v^2-\mu^2}}}$$

Volta



$\|\vec{v}_{avião//Terra}\|^2 + \mu^2 = v^2 \Rightarrow \|\vec{v}_{avião//Terra}\| = \sqrt{v^2-\mu^2}$

$t^{\perp}_{volta} = \dfrac{L}{\sqrt{v^2-\mu^2}}$ Tempo Total $= \boxed{t^{\perp} = \dfrac{2L}{v\sqrt{1-\frac{\mu^2}{v^2}}}}$

(c) Sem vento, $\mu = 0 \Rightarrow t_0 = \dfrac{2L}{v} < \dfrac{2L}{v\left(1-\frac{v^2}{\mu^2}\right)}$, pois $\left(1-\frac{v^2}{\mu^2}\right) < 1$. $t_0 < \dfrac{2L}{v\sqrt{1-v^2/c^2}}$! O vento sempre aumenta a duração da viagem.

2) Referencial da correnteza

- A garrafa está em repouso
- A ponte afasta-se para esquerda com módulo de velocidade V
- O bêbado sempre viaja com velocidade de módulo v.

Inicialmente o bêbado afasta-se vT. Ele retorna com a mesma velocidade, assim alcança a garrafa novamente, transcorrido $2T$.

Neste instante a ponte está a distância L, porém ela afastou-se $2VT$, V é a velocidade (em módulo) da correnteza, assim $2VT = L \Rightarrow \boxed{V = \frac{L}{2T}}$

Referencial da margem

- A ponte permanece em repouso. ($X_{ponte} = 0$)
- A garrafa move-se para direita com velocidade da correnteza

$$\boxed{X_{garrafa} = Vt}$$

- O ~~bêbado~~ bêbado rema com velocidade $V+v$ em relação a margem durante T segundos e depois retorna com velocidade $+v-V$, em módulo então:

$$X_{bêbado} = (V+v)T - (v-V)(t-T) \quad , t > T.$$
$$= \cancel{VT} + v\,T - vt + vT + Vt - \cancel{VT}$$
$$= 2vT + (V-v)t \quad , t > T.$$

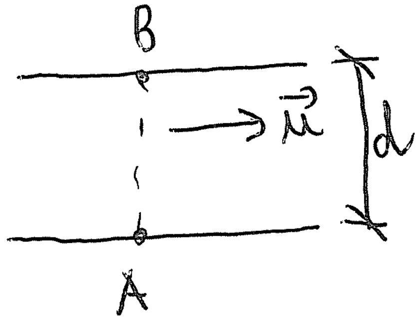
O instante em que o bêbado encontra a garrafa é

$X_{bêbado} = X_{garrafa} \Leftrightarrow \cancel{Vt} = 2vT + \cancel{Vt} - vt \Leftrightarrow \boxed{t = 2T}$

Neste instante a garrafa encontra-se a distância L da ponte:

$X_{garrafa} - X_{ponte} = L \Leftrightarrow 2VT = L \Leftrightarrow \boxed{V = \frac{L}{2T}}$

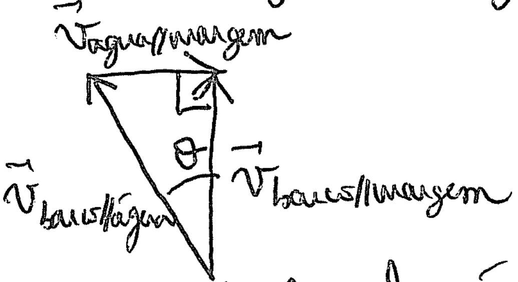
Note que o resultado é o mesmo, como deveria ser!

3) 

(a) Se o ponto B é diametralmente oposto ao ponto A

$$\vec{v}_{barco//margem} = V\hat{j} \text{ (vertical)}$$

$$\vec{v}_{barco//água} + \vec{v}_{água//margem} = \vec{v}_{barco//margem} \Rightarrow$$



$$|\vec{v}_{barco//margem}|^2 + |\vec{v}_{água//margem}|^2 = |\vec{v}_{barco//água}|^2$$

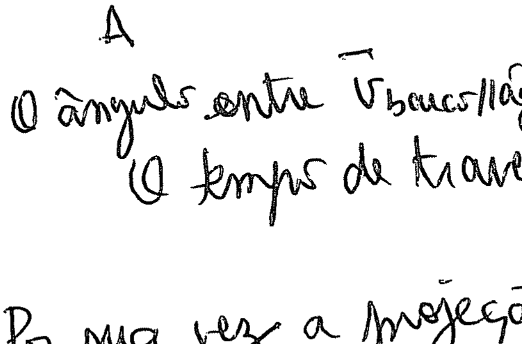
$$\boxed{|\vec{v}_{barco//margem}| = \sqrt{v^2 - u^2}}$$

Como o triângulo é retângulo $\text{sen}\,\theta = \frac{u}{v} \Rightarrow \boxed{\theta = \text{arcsen}\left(\frac{u}{v}\right)}$

O tempo que leva é dado por $\boxed{t = \frac{d}{|\vec{v}_{barco//margem}|} = \frac{d}{\sqrt{v^2 - u^2}}}$

~~(b) Sejam os pontos~~

(b) Sejam os pontos A e B cada um em uma margem e $\overline{AB}$ perpendicular ao rio, seja B' um ponto rio abaixo na mesma margem de B. A velocidade do barco relativa à margem faz um ângulo α com $\overline{AB}$. A transformação das velocidades é $\vec{v}_{barco//margem} = \vec{v}_{barco//água} + \vec{v}_{água//margem}$



O ângulo entre $\vec{v}_{barco//água}$ e $\overline{AB}$ é β.

O tempo de travessia é $t = \frac{\overline{AB'}}{|\vec{v}_{barco//margem}|}$. Porém $\overline{AB'}\cos\alpha = d$

Por sua vez a projeção dos vetores na direção $\overline{AB}$ fornece

$$|\vec{v}_{barco//margem}|\cos\alpha = |\vec{v}_{barco//água}|\cos\beta \Rightarrow \cancel{\cos\alpha = \frac{|\vec{v}_{barco//água}|\cos\beta}{|\vec{v}_{barco//margem}|}}$$

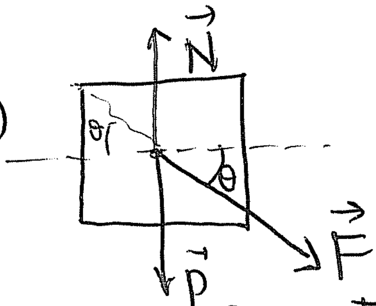
Assim $\boxed{t = \frac{d}{|\vec{v}_{barco//margem}|\cos\alpha} = \frac{d}{|\vec{v}_{barco//margem}|\cos\beta}}$. O tempo é

mínimo se $\cos\beta = 1$ ($\beta = 0$) $\Rightarrow \boxed{t = \frac{d}{v}}$.

4) O estudante deverá ler as seções 4.3, 4.4 e 4.6 do livro do Young & Freedman

5)

(a)



mesa lisa = não há atrito.

(b) Direção horizontal

$$ma = F\cos\theta \Rightarrow \boxed{a = \frac{F\cos\theta}{m}}$$

Direção vertical ($a_y=0$)

$$0 = N - mg \Rightarrow \boxed{N = mg}$$

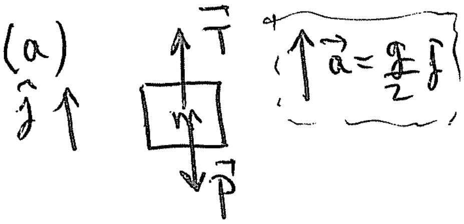
(c) $\hat{\imath}$ é o unitário na direção horizontal

$$\boxed{\vec{a} = \frac{F\cos\theta}{m}\,\hat{\imath}}$$

(d) $\hat{\jmath}$ é o vetor unitário na direção vertical.

$$\boxed{\vec{N} = (mg + F\,\text{sen}\,\theta)\,\hat{\jmath}}$$

6) (a)



(b) $\boxed{ma = T - mg}$

(c) Como a corda é inextensível

$$\vec{a}_{bloco} = \vec{a}_{elevador} = \frac{g}{2}\hat{\jmath} \Rightarrow \boxed{|\vec{a}| = \frac{g}{2}}$$

(d) Não mudaria pois a informação relevante é a corda ser inextensível.

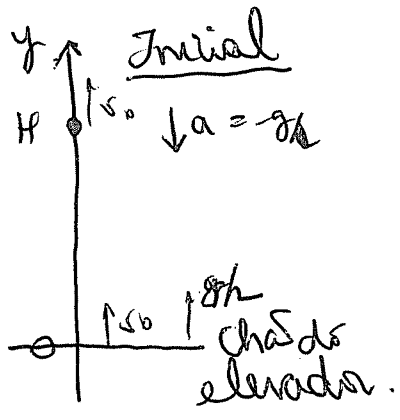
(e) Mudaria, pois agora $\vec{a}_{bloco} \neq \vec{a}_{elevador}$

(f) Quando $a = g/2$ e

$$ma = T - mg \Rightarrow \boxed{T = \frac{3}{2}mg}$$

(g) Se a corda arrebentar-se só o peso atua no bloco logo: $\boxed{\vec{a}_{bloco} = -g\hat{\jmath}}$

(h)



v_0 é a velocidade do elevador (e do bloco) no instante em que a corda se rompe.

$$y_{bloco} = y_0^B + v_0 t - \frac{g}{2}t^2 = H + v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

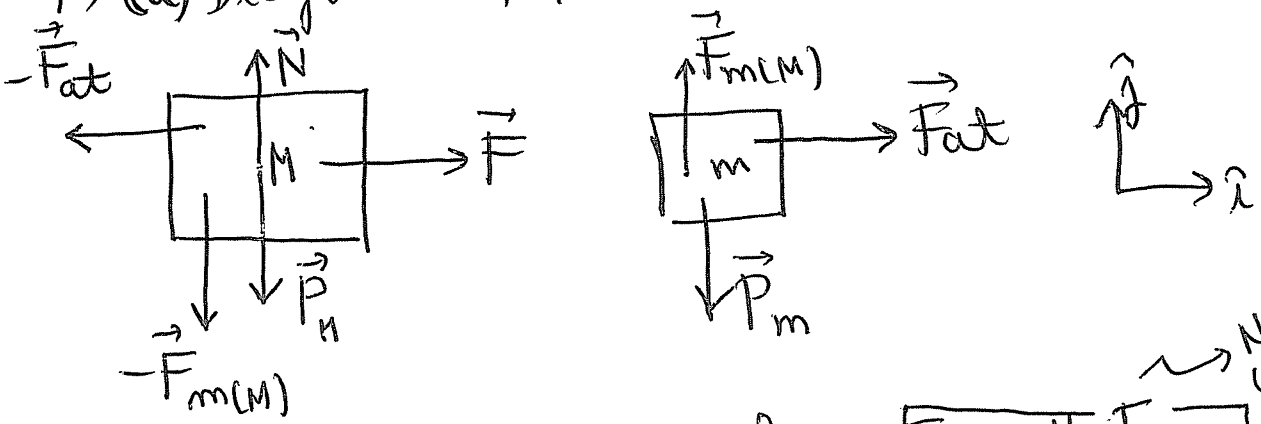
$$y_{chão} = y_0^c + v_0 t + \frac{g}{4}t^2 = v_0 t + \frac{g}{4}t^2$$

$$H + \cancel{v_0 t} - \frac{g}{2}t^2 = \cancel{v_0 t} + \frac{g}{4}t^2$$

$$H = g\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)t^2 \Rightarrow$$

$$\boxed{t = 2\sqrt{\frac{H}{3g}}}$$

7) (a) Diagrama de forças



Normal de contacto entre os blocos.

(b) A maior força de atrito possível é $\boxed{F_{at} = \mu_e F_{m(M)}}$

A aceleração de ambos os blocos é a mesma e na direção horizontal $\Rightarrow \vec a_M = \vec a_m = a\hat\imath$

A aplicação da segunda lei ao bloco menor dá:

$$\vec F_{at} + \vec P_m + \vec F_{m(M)} = ma\hat\imath \iff F_{at}\hat\imath + (F_{m(M)} - mg)\hat\jmath = ma\hat\imath$$

$$\iff F_{at} = ma \quad \text{e} \quad \boxed{F_{m(M)} = mg}$$

Usando que $F_{at\,máx} = \mu_e F_{m(M)} = \mu_e mg = ma \Rightarrow$ (c) $\boxed{a = \mu_e g}$

Ou seja determinamos a aceleração de ambos os blocos. A segunda lei aplicada ao bloco de massa M fornece

$$\vec P_M + \vec N + \vec F + (-\vec F_{at}) + (-\vec F_{m(M)}) = Ma\hat\imath = M\mu_e g\hat\imath$$

$$(F_{máx} - \mu_e mg)\hat\imath + (N - mg - Mg)\hat\jmath = M\mu_e g\hat\imath$$

Assim $F_{máx} - \mu_e mg = M\mu_e g \Rightarrow \boxed{F_{máx} = \mu_e (M+m) g}$

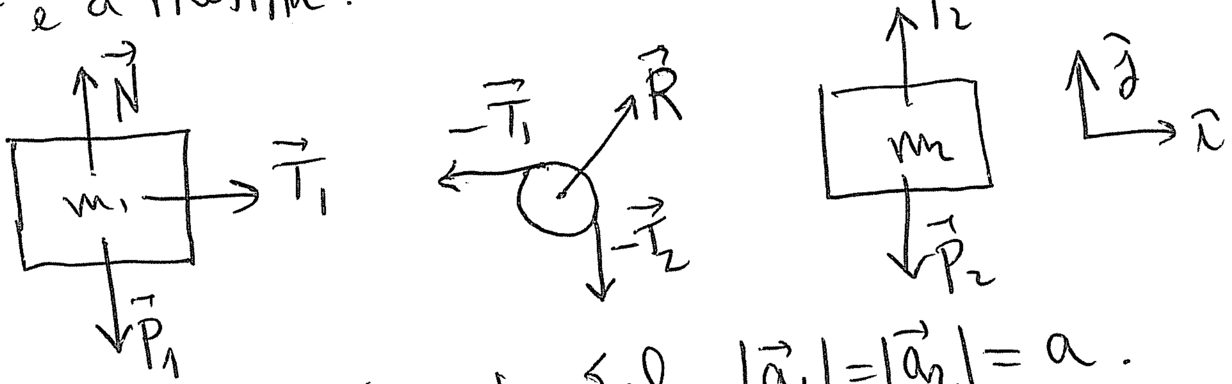
Qualquer coisa acima disto, o bloco de baixo terá aceleração maior que o de cima!

(d) $\boxed{\vec F_{contacto} = \vec F_{normal} + \vec F_{paralela} = \vec N + \vec F_{at} = N\hat\jmath + \mu_e mg\hat\imath}$

8) (a) Mesa lisa implica que a força de atrito entre o bloco de massa m_1 e a mesa pode ser desprezada.

(b) Fio ideal significa um fio com massa desprezível e inextensível. Fisicamente implica que o módulo das tensões em qualquer ponto do fio é o mesmo. ~~Aceleração, em~~ Outrossim, a aceleração, ~~[illegible]~~ em módulo, de cada extremidade do fio é a mesma.

(c)



(d) Como o fio é inextensível $|\vec a_1| = |\vec a_2| = a$.

(e) $|\vec T_1| = |\vec T_2| = T$ pois a roldana tem massa desprezível.

(f) $\vec N + \vec P_1 + \vec T_1 = m_1 \vec a_1 = m_1 a \hat i$ $\quad \hat i: m_1 a = T \quad (1)$

$(N - m_1 g)\hat j + T \hat i = m_1 a \hat i \Rightarrow \quad \hat j: N - m_1 g = 0 \Rightarrow$

$$\boxed{N = m_1 g}$$

No bloco 2: $\vec T_2 + \vec P_2 = m_2 \vec a_2 = m_2 a \hat j$

$(T_2 - m_2 g)\hat j = -m_2 a \hat j \Rightarrow \hat j: \ T - m_2 g = -m_2 a$

$\Rightarrow T = m_2(g - a) \quad (2)$

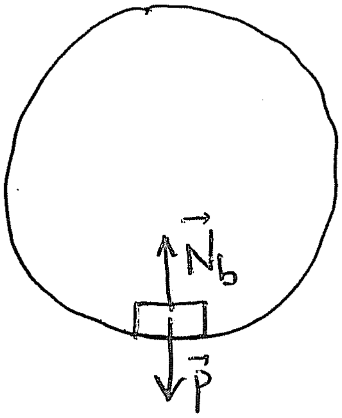
(g) Substituindo (2) em (1) $\quad m_1 a = m_2 g - m_2 a \Rightarrow \boxed{a = \dfrac{m_2 g}{m_1 + m_2}}$

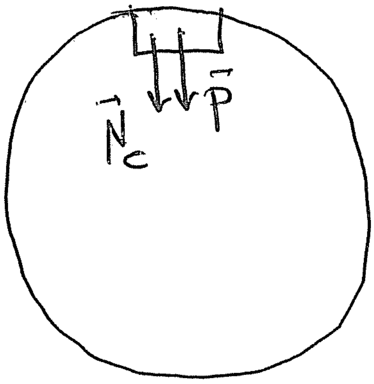
Então $\boxed{T = m_1 a = \dfrac{m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}}$

(h) Não mudariam, pois toda a informação necessária está no fato da corda ser ideal e inextensível.

9)

(a)





(b) O movimento circular é uniforme $\Rightarrow$ não há aceleração tangencial. A resultante das forças na direção radial é a força centrípeta.

Baixa

$$\frac{mv^2}{R} = N_b - mg$$

$$\Rightarrow \boxed{N_b = m\left(\frac{v^2}{R} + g\right)}$$

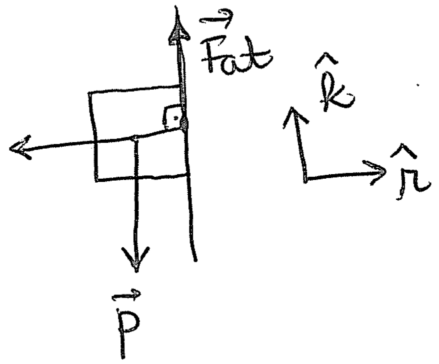
Alta

$$\frac{mv^2}{R} = N_c + mg$$

$$\Rightarrow \boxed{N_c = m\left(\frac{v^2}{R} - g\right)}$$

10)

(a)



(b) Quanto maior Ω, maior será a força de contacto normal, pois a resultante das forças na direção radial é a força centrípeta, assim

$$N = m\,\Omega^2 R$$

Como o bloco não desliza, então a força de atrito será estática e sempre terá o mesmo módulo da força peso. Assim $Fat_{\cancel{\ }} = P \Rightarrow \mu N = P$ (iminência de deslizar) $\Leftrightarrow \mu \cancel{m} \Omega_{min}^2 R = \cancel{m} g \Leftrightarrow \boxed{\Omega_{min} = \sqrt{\dfrac{g}{\mu R}}}$

(c) Se $\Omega > \Omega_{min}$, $N > m\,\Omega_{min}^2 R$, o bloco continuaria sem deslizar, pois a Fat estática contrabalancia a força peso. Note que o bloco não irá deslizar para cima. (Cuidado ao usar a fórmula $Fat = \mu N$ no caso estático!)

11) Diagrama de forças no bloco grande

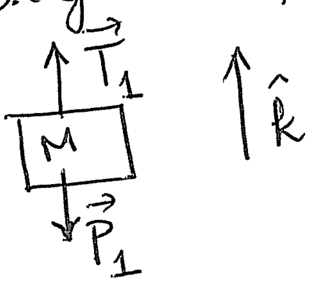
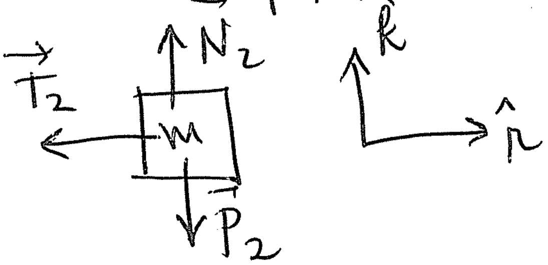


Diagrama de forças no bloco pequeno



Corda sem massa $|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = T$

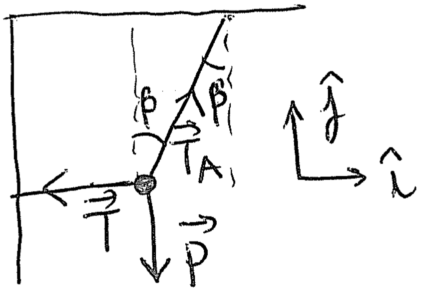
Como o bloco grande permanece imóvel $\Rightarrow \boxed{T = Mg}$

Como o bloco pequeno executa um MCU $\Rightarrow \boxed{\dfrac{mv^2}{r} = T}$

(a resultante das forças na direção radial é a centrípeta)

Igualando as duas expressões $\dfrac{mv^2}{r} = Mg \Leftrightarrow \boxed{v = \sqrt{\dfrac{Mgr}{m}}}$

12) <u>Antes do fio ser cortado</u>



A bola está em repouso $\sum \vec F = \vec 0$

$$\Leftrightarrow \vec T + \vec T_A + \vec P = \vec 0 \Leftrightarrow -T\hat\imath - P\hat\jmath + (T_A\cos\beta\,\hat\jmath + T_A\,\text{sen}\,\beta\,\hat\imath) = \vec 0$$

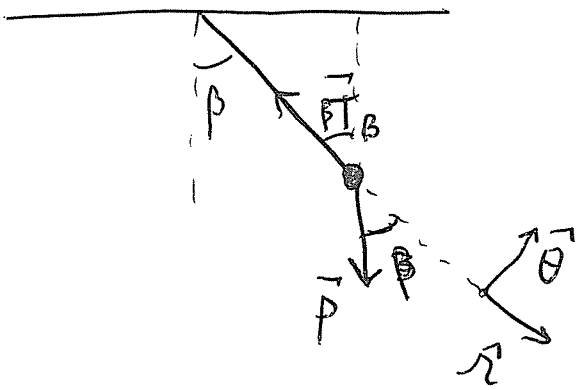
$$\Leftrightarrow (T_A\,\text{sen}\,\beta - T)\hat\imath + (T_A\cos\beta - mg)\hat\jmath = \vec 0$$

$$\Rightarrow \hat\imath: T_A\,\text{sen}\,\beta - T = 0 \Rightarrow T_A\,\text{sen}\,\beta = T \quad (1)$$

$$\hat\jmath: T_A\cos\beta = mg \quad (2)$$

Da equação (2) encontramos $\boxed{T_A = \frac{mg}{\cos\beta}}$ (3)

<u>Depois do fio ser cortado</u>



$$\vec P = mg\cos\beta\,\hat r - mg\,\text{sen}\,\beta\,\hat\theta$$

$$\vec T = -T\hat r$$

$$\vec F_c = -\frac{mv^2}{r}\hat r$$

A resultante das forças na direção radial é a força centrípeta $\Rightarrow$

$$\frac{mv^2}{r} = T - mg\cos\beta, \text{ no ponto B, } v=0 \Rightarrow$$

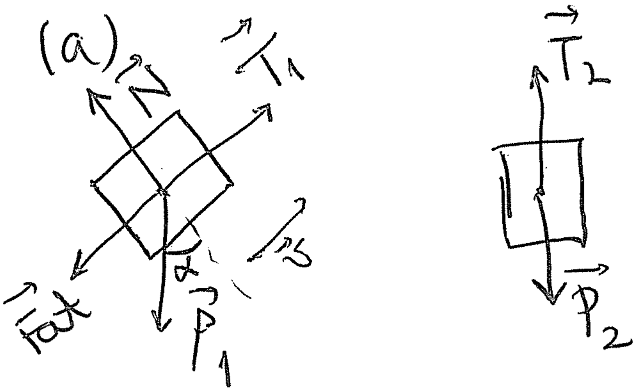
$\boxed{T_B = mg\cos\beta}$ (4)

O problema pede $\boxed{\frac{T_B}{T_A} = \frac{mg\cos\beta}{\frac{mg}{\cos\beta}} = \cancel{mg}\cos\beta \times \frac{\cos\beta}{\cancel{mg}} = \cos^2\beta}$

13) Subir com velocidade constante implica que a resultante das forças sobre cada um dos blocos é nula.

Devemos lembrar também que o atrito sempre se opõe ao deslizamento entre duas superfícies.

(a)



Como o fio não tem massa

$|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = T$

Como o fio é inextensível

$|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = a = 0$ (dados do problema)

Assim $T = m_2 g$ (1)

$N = m_1 g \cos\alpha$ (2)

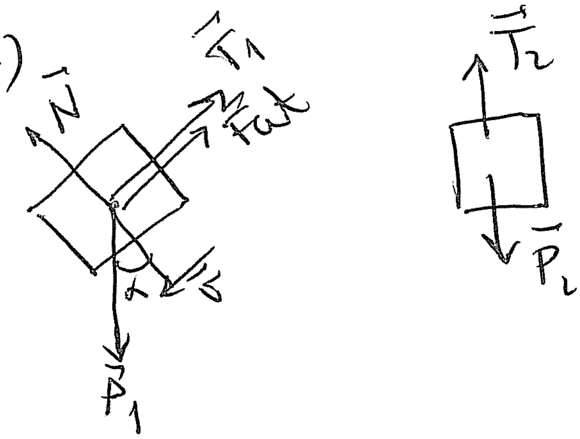
$Fat = \mu_c N$ (3)

$T - m_1 g \,\text{sen}\,\alpha - Fat = 0$ (4)

Assim: $m_2 g - m_1 g \,\text{sen}\,\alpha - \mu_c m_1 g \cos\alpha = 0$

$\Rightarrow \boxed{m_2 = m_1(\text{sen}\,\alpha + \mu_c \cos\alpha)}$

(b)



$T = m_2 g$

$m_1 g \,\text{sen}\,\alpha - Fat - T = 0$

$m_1 g \,\text{sen}\,\alpha - \mu_c m_1 g \cos\alpha - m_2 g = 0$

$\Rightarrow \boxed{m_2 = m_1(\text{sen}\,\alpha - \mu_c \cos\alpha)}$