



Questão 1: (2.5 pontos)

Utilizando o Método dos Multiplicadores de Lagrange, encontre o máximo e o mínimo absolutos de $f(x, y, z) = 4y - 2z$ restrita à curva de interseção do plano $2x - y - z = 2$ com o cilindro $x^2 + y^2 = 1$.

Solução:

Temos o sistema

$$0 = 2\lambda + 2\mu x \quad (1)$$

$$4 = -\lambda + 2\mu y \quad (2)$$

$$-2 = -\lambda \quad (3)$$

$$2x - y - z = 2 \quad (4)$$

$$x^2 + y^2 = 1. \quad (5)$$

Como $\lambda = 2$, segue de (1) e (2) que $x = -2/\mu$ e $y = 3/\mu$ (note que $\mu \neq 0$ pois, caso contrário, teríamos por (1) que $0 = 4$, absurdo). Substituindo em (5) concluímos que $\mu = \pm\sqrt{13} \implies x = \mp 2/\sqrt{13}$ e $y = \pm 3/\sqrt{13}$. Substituindo em (4) obtemos $z = -2 \mp 7/\sqrt{13}$. Chegamos então aos pontos $(\mp 2/\sqrt{13}, \pm 3/\sqrt{13}, -2 \mp 7/\sqrt{13})$. Como $f(-2/\sqrt{13}, 3/\sqrt{13}, -2 - 7/\sqrt{13}) = 4 + 26/\sqrt{13}$ e $f(2/\sqrt{13}, -3/\sqrt{13}, -2 + 7/\sqrt{13}) = 4 - 26/\sqrt{13}$ segue que o máximo de f é $4 + 26/\sqrt{13}$ e o mínimo é $4 - 26/\sqrt{13}$.

Questão 2: (2.5 pontos)

Encontre a solução da equação diferencial

$$x'' + 4x' + 4x = e^{3t}$$

satisfazendo as condições iniciais $x(0) = 2/25$ e $x'(0) = 0$.

Solução:

A raiz da equação característica -2 e portanto a solução geral da homogênea associada é

$$x = c_1 e^{-2t} + c_2 t e^{-2t}.$$

Para encontrar uma solução particular, tomamos

$$x = A e^{3t}.$$

Derivando e substituindo na equação temos

$$(9A + 12A + 4A)e^{3t} = e^{3t}$$

$\implies A = 1/25$. Consequentemente, a solução geral é

$$x = c_1 e^{-2t} + c_2 t e^{-2t} + \frac{1}{25} e^{3t}$$

cuja derivada é

$$x' = -2c_1 e^{-2t} + c_2 e^{-2t} - 2c_2 t e^{-2t} + \frac{3}{25} e^{3t}.$$

Substituindo $x(0) = 2/25$ e $x'(0) = 0$ nessas equações concluímos que $c_1 = 1/25$ e $c_2 = -1/25$. Portanto a solução desejada é

$$x = \frac{1}{25} e^{-2t} - \frac{1}{25} t e^{-2t} + \frac{1}{25} e^{3t}.$$

Questões de Múltipla Escolha

	Modelo A	Modelo B
Questão 03	E	A
Questão 04	C	E
Questão 05	B	D
Questão 06	D	E
Questão 07	C	C
Questão 08	A	B
Questão 09	E	D
Questão 10	A	B
Questão 11	D	E
Questão 12	E	A