## Questão 1

O calor fornecido a um corpo desde uma temperatura inicial $T_i$ até uma temperatura final $T$ é dado por:

$$Q = A(T - T_i)^2$$

onde $A = 20\,kcal \cdot K^{-2}$. (a) Determine a expressão da capacidade calorífica em função de $T$. (b) Sabendo que $T_i = 200\,K$, calcule a capacidade calorífica para $T = 300\,K$.

**Resolução:**

a) Por definição temos:

$$C = \frac{dQ}{dT}$$
(1.1)

Logo:

$$C = 2A(T - T_i)$$
(1.2)

b) Utilizando a eq. (1.2, teremos:

$$C = 2 \cdot 20 \cdot (300 - 200)$$
$$C = 4\,kcal \cdot K^{-1}$$
(1.3)

## Questão 2

Suponha que o calor específico de um corpo varie com a temperatura de acordo com a relação

$$c = A + BT^2,$$

sendo A e B constantes e $T$ a temperatura, medida em graus Celsius. Compare o calor específico médio do corpo no intervalo de $T = 0$ e $T = T_0$ com o calor específico do mesmo corpo à temperatura $\frac{T_0}{2}$.

**Resolução:**

$$c(0) = A$$
(2.1)

$$c(T_0) = A + BT_0^2$$
(2.2)

Agora tomando a média:

$$\bar{c} = A + \frac{BT_0^2}{2}$$
(2.3)

Para $\frac{T_0}{2}$, teremos:

$$c\left(\frac{T_0}{2}\right) = A + \frac{BT_0^2}{4}$$
$$c\left(\frac{T_0}{2}\right) = \bar{c} - \frac{BT_0^2}{4}$$
(2.4)

## Questão 3

Um anel de cobre tem exatamente 1,00000 cm de diâmetro à temperatura de 0°C. Uma esfera de alumínio tem exatamente 1,00200 cm de diâmetro à temperatura de 100°C. A esfera é colocada na parte superior do anel, permitindo-se que os dois corpos adquiram equilíbrio térmico, não havendo perda de calor para a vizinhança. A esfera atravessa o anel tão logo atinge o equilíbrio de temperatura. Qual a razão entre a massa da esfera e a massa do anel?

**Resolução:**

Os diâmetros devem ser iguais. Assim, teremos:

$$D_{Al} = D_{Cu}$$

$$D_{0Al} + D_{0Al}\alpha_{Al}(T_f - 100) = D_{0Cu} + D_{0Cu}\alpha_{Cu}(T_f - 0)$$

$$\therefore T_f = 50{,}38°C$$
(3.1)

Com a troca de energia térmica (calor):

$$Q_{Al} + Q_{Cu} = 0$$

$$m_{Al} \cdot c_{Al} \cdot \Delta T_{Al} + m_{Cu} \cdot c_{Cu} \cdot \Delta T_{Cu} = 0$$

$$m_{Al} \cdot 0{,}215 \cdot (-49{,}6) + m_{Cu} \cdot 0{,}0923 \cdot 50{,}38 = 0$$

$$\therefore \frac{m_{Al}}{m_{Cu}} = 0{,}436$$
(3.2)

## Questão 4

A capacidade calorífica de um sólido nas vizinhanças de 0 K é dada pela lei de Debye: $C = AT^3$, onde A é uma constante com dimensão de [calor x $K^{-4}$]. Encontre a expressão do calor necessário para aquecer um sólido desde 0 K até uma temperatura absoluta T.

**Resolução:**

Utilizando a definição de capacidade calorífica temos:

$$C = \frac{dQ}{dT}$$

$$Q = \int_{T_i}^{T_f} C\, dT$$

$$Q = \int_0^T AT^3 \therefore Q = \frac{AT^4}{4}$$
(4.1)

## Questão 5

O gradiente de temperatura $dT/dx$ através de uma barra é dado por:

$$\frac{dT}{dx} = a + bx$$

onde $a = 200\, K \cdot m^{-1}$ e $b = 100\, K \cdot m^{-2}$. Suponha que a temperatura da barra no ponto x=0 seja igual a 280 K. Calcule a temperatura da barra no ponto x = 0,4 m.

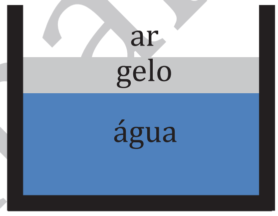
**Resolução:**

$$\int_{280}^{T} dT = \int_0^x (a + bX)dX$$

$$T(x) = 280 + 200x + 50x^2 \therefore T(0{,}4) = 368\, K$$
(5.1)

## Questão 6

Em uma região de inverno rigoroso, um tanque com água é deixado ao ar livre até que forme sobre a superfície da água uma camada de gelo com espessura igual a 5,0 cm (ver figura) O ar acima do gelo está a -10 °C. Calcule a taxa de formação de gelo ($cm/h$) sob a superfície inferior do gelo. Considere a condutividade térmica, a densidade e o calor de fusão do gelo como sendo igual a $0{,}0040 cal \cdot s^{-1} \cdot cm^{-1} \cdot °C^{-1}$, $0{,}92\ g \cdot cm^{-3}$ e $80\ cal \cdot g^{-1}$, respectivamente. Considere que nenhuma quantidade de calor deixa ou passa para a água através das paredes do tanque.




**Resolução:**

Seja o fluxo de energia térmica dado por:

$$H = \frac{dQ}{dt} = k \cdot A \cdot \frac{T_2 - T_1}{L}$$
(6.1)

Seja o calor latente de solidificação dado por:

$$Q = m \cdot L_s$$
(6.2)

Assim, tomando a taxa de transferência de energia térmica da equação (6.2) e utilizando (6.1), teremos:

$$\frac{dm}{dt} \cdot L_s = k \cdot A \cdot \frac{T_2 - T_1}{L}$$
(6.3)

Em que $m = \rho \cdot V;\ V = A \cdot \Delta L$. Assim, substituindo em (6.3), e utilizando os dados da questão, teremos:

$$\frac{dL}{dt} \cdot \rho \cdot A \cdot L_s = k \cdot A \cdot \frac{T_2 - T_1}{L}$$

$$\frac{dL}{dt} \cdot 0{,}92 \cdot A \cdot 80 = A \cdot \frac{4 \cdot 10^{-2}}{5}$$

$$\frac{dL}{dt} = 1{,}08695 \cdot 10^{-4}\ cm \cdot s^{-1}$$

$$\frac{dL}{dt} = 1{,}08695 \cdot 10^{-4} \cdot 3600$$

$$\therefore \frac{dL}{dt} \cong 0{,}39\ cm \cdot h^{-1}$$

(6.4)

## Questão 7

(a) Ache a taxa de perda de calor em $W{\cdot}m^{-2}$ através de uma vidraça de janela de 2,5 mm de espessura quando a temperatura exterior é de -6°C e a temperatura interior vale 26°C. (b) Se uma janela for instalada com vidros de mesma espessura, porém com uma folga para o ar de 5,0 cm entre os vidros, qual seria a taxa de perda de calor correspondente?

**Resolução:**

a) Da relação (6.1) temos:

$$\frac{H}{A} = k \cdot \frac{T_2 - T_1}{L}$$

$$\frac{H}{A} = 2 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{20}{2{,}5 \cdot 10^{-3}} = 1{,}6\ kcal \cdot s^{-1} \cdot m^{-2}$$

(7.1)

Considerando que 1 $kcal = 4186\ J$, teremos para (7.1):

$$\frac{H}{A} = 6{,}7 \cdot 10^{3}\ J \cdot m^{-2}$$

(7.2)

b) Para a condução de calor para uma camada formada por vários materiais, temos a relação dada por:

$$H = A \cdot \frac{(T_2 - T_1)}{\sum_{i=1}^{N} \frac{L_i}{k_i}}$$

(7.3)

Utilizando a relação (7.3), teremos:

$$\frac{H}{A} = \frac{T_2 - T_1}{\frac{2L_v}{k_v} + \frac{L_{ar}}{k_{ar}}}$$

$$\frac{H}{A} = \frac{20}{2{,}5 \cdot 10^{-3}\left(\frac{2}{2 \cdot 10^{-4}} + \frac{1}{5{,}7 \cdot 10^{-6}}\right)}$$

$$\therefore \frac{H}{A} = 0{,}0431\ kcal \cdot s^{-1} \cdot m^{-2}$$

$$= 180{,}42\ W \cdot m^{-2}$$

(7.4)

## Questão 8

Mostre que a taxa radial de fluxo de calor em uma substância de condutividade térmica constante $k$, entre duas superfícies esféricas concêntricas, é dada por:

$$H = \frac{(T_1 - T_2) 4\pi k r_1 r_2}{r_2 - r_1};$$

a superfície esférica interna tem raio $r_1$ e temperatura $T_1$ e a externa tem $r_2$ e temperatura $T_2$.

**Resolução:**

A lei fundamental da condução de calor no limite infinitesimal é dada por:

$$H = -kA\frac{dT}{dx}$$

(8.1)

Considerando um fluxo através de uma superfície esférica, tomamos a área e a espessura infinitesimal por: $A = 4\pi r^2$, $dx = dr$. Assim, a expressão em (8.1) fica:

$$H = -k \cdot 4\pi r^2 \cdot \frac{dT}{dr}$$

(8.2)

Agora integrando a expressão (8.2) a partir de $r_1$ ($T_1$), para um fluxo estacionário, teremos:

$$H \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = -4\pi k \int_{T_1}^{T_2} dT$$

$$H\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_1}^{r_2} = -4\pi k(T_2 - T_1)$$

$$H\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right] = 4\pi k(T_1 - T_2)$$

$$\therefore H = \frac{4\pi k r_1 r_2 (T_1 - T_2)}{r_2 - r_1}$$
(8.3)

## Questão 9

Mostre que a taxa de calor que se transmite radialmente através de uma substância, de condutividade térmica constante $k$, entre duas superfícies cilíndricas coaxiais é dada por:

$$H = \frac{(T_1 - T_2)2\pi L k}{ln(r_2/r_1)};$$

a superfície cilíndrica interna tem raio $r_1$ e temperatura $T_1$, e a externa raio $r_2$ e temperatura $T_2$; ambas têm comprimento $L$.

**Resolução:**

Vamos utilizar a lei fundamental da condução de calor no limite infinitesimal dada por (8.1). Em que a área lateral de um cilindro será $A = 2\pi r L$. Assim, teremos, para o fluxo de calor:

$$H = -2\pi k r L \frac{dT}{dr}$$
(9.1)

Integrando a expressão (9.1), para um fluxo estacionário a partir de $r_1$ ($T_1$), teremos:

$$H\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = -2\pi k L \int_{T_1}^{T_2} dT$$

$$H[\ln r]_{r_1}^{r_2} = -2\pi k L(T_2 - T_1)$$

$$H(\ln r_2 - \ln r_1) = 2\pi k L(T_1 - T_2)$$

$$H = \frac{2\pi k L(T_1 - T_2)}{(\ln r_2 - \ln r_1)} \therefore H = \frac{2\pi k L(T_1 - T_2)}{\ln(r_2/r_1)}$$
(9.2)

## Questão 10

Um projétil de chumbo de 2,0 g de massa move-se com uma velocidade de 300 $m \cdot s^{-1}$ e incide sobre um bloco de madeira fixo. Suponha que toda a energia cinética do projétil seja transformada em calor e que 25% desta energia sejam usados para aquecer o bloco e 75% sejam usados para aquecer o projétil. Ache a variação de temperatura do projétil.

**Resolução:**

A energia cinética do projétil é dada por:

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 300^2}{2} = 90\,J$$
(10.1)

Agora tomando 75% do resultado de (10.1), teremos para a variação de temperatura do projétil:

$$0{,}75 \cdot 90 = 2 \cdot 0{,}128 \cdot \Delta T$$

$$\therefore \Delta T = 263{,}7°C$$
(10.2)

## Questão 11

O calor específico do cromo é representado aproximadamente pela expressão:

$$c_p = 5{,}4 + 0{,}0024T - {}^{0{,}44 \cdot 10^5}/_{T^2}.$$

Em $cal \cdot g^{-1} \cdot K^{-1}$. Calcule o calor específico para aquecer 200 g de cromo desde 294 K até 476 K.

**Resolução:**

Da definição de calor específico temos:

$$c_p = \frac{1}{m} \cdot \frac{dQ}{dT}$$
(11.1)

Integrando a expressão (11.1) teremos:

$$Q = m\int_{294}^{476} \left(5{,}4 + 0{,}0024T - \frac{0{,}44 \cdot 10^5}{T^2}\right) dT$$

$$Q = m\left[5{,}4T + 0{,}0012T^2 + \frac{0{,}44\cdot 10^5}{T}\right]_{294}^{476}$$

$$\therefore Q \cong 218{,}75\ kcal \quad (11.2)$$

## Questão 12

Um cozinheiro-chefe, após levantar-se uma manhã e encontrar seu fogão quebrado, decide ferver a água, sacudindo-a em uma garrafa térmica, para o café de sua esposa. Suponha que ele use ½ litro de água a 15 °C de uma torneira e que a água sofra uma queda de 30 cm em cada sacudida, que se multiplica por 30 vezes a cada minuto. Desprezando qualquer perda de calor, por quanto tempo deve ele sacudir a garrafa até que a água ferva?

**Resolução:**

Para ferver a água é necessária uma quantidade de calor dada por:

$$Q = m\cdot c\cdot \Delta T$$

$$Q = 0{,}5\cdot 4186\cdot (100 - 15)$$

$$\therefore Q = 177905\ J \quad (12.1)$$

Para 30 sacudidas, a água cai de 900 cm, por minuto. Assim, a energia potencial é dada por:

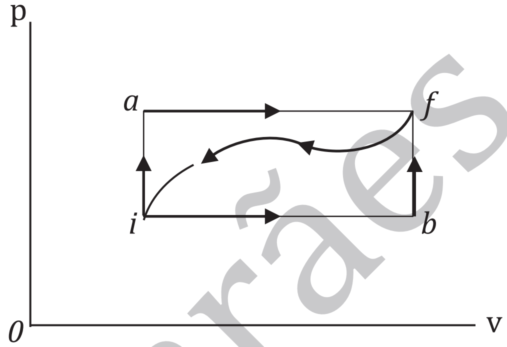
$$E_p = mgh$$

$$\frac{E_p}{\Delta t} = 0{,}5\cdot 9{,}8\cdot 9 = 44{,}1\ J\cdot min^{-1} \quad (12.2)$$

De acordo com os resultados de (12.1) e (12.2), o tempo será de 4034,13 minutos, cerca de 67 horas e 15 minutos.

## Questão 13

Quando um sistema é levado do estado *i* para o estado *f*, ao longo do caminho *iaf*, encontra-se $Q$ = 50 cal e $W$ = 20 cal. Ao longo do caminho *ibf*, $Q$ = 36 cal (ver figura abaixo). (a) Qual é o valor de $W$ para o caminho *ibf* ? (b) Se $W$ = -13 cal para o caminho curvo de volta *fi*, qual o valor de $Q$? (c) Se $U_i$ = 10 cal, quando vale $U_f$? (d) Se $U_b$ = 22 cal, quanto vale $Q$ para o processo *ib*? E para o processo *bf* ?




**Resolução:**

a) Utilizando a primeira lei da termodinâmica teremos:

$$\Delta U_{iaf} = Q - W = 50 - 20 = 30\ cal \quad (13.1)$$

A variação da energia interna só depende dos estados inicial e final. Logo:

$$\Delta U_{iaf} = \Delta U_{ibf} = \Delta U_{if} \quad (13.2)$$

Utilizando os resultados de (13.1) e (13.2), teremos:

$$30 = 36 - W_{ibf};\ W_{ibf} = W_{ib}$$

$$\therefore W_{ibf} = W_{ib} = 6\ cal \quad (13.3)$$

b)

$$\Delta U_{fi} = -\Delta U_{if}$$

$$\Delta U_{fi} = Q - W$$

$$-30 = Q + 13 \therefore Q = -43\ cal \quad (13.4)$$

c)

$$\Delta U_{if} = U_f - U_i$$

$$30 = U_f - 10 \therefore U_f = 40\, cal$$
(13.5)

d)

$$\Delta U_{ib} = 22 - 10 = 12$$

$$12 = Q - 6 \therefore Q = 18\, cal$$
(13.6)

$$\Delta U_{bf} = 40 - 22 = 18$$

$$18 = Q - W_{bf};\ \ W_{bf} = 0$$

$$\therefore Q = 18\, cal$$
(13.7)

## Questão 14

Realiza-se um trabalho de 8 kJ para vaporizar uma certa quantidade de água a 1 atm e 373 K. A variação da energia interna neste processo é igual a 80 kJ. Calcule a massa de água vaporizada.

**Resolução:**

Da primeira lei da termodinâmica temos:

$$\Delta U = Q - W$$

$$80 = Q - 8 \therefore Q = 88\, kJ$$
(14.1)

Utilizando o resultado de (14.1), teremos:

$$Q = mL \Longrightarrow 88 \cdot 10^3 = m \cdot 334880$$

$$\therefore m = 0{,}24\, kg = 240\, g$$
(14.2)

## Questão 15

A temperatura de fusão do ouro é igual a 1063 °C. Calcule a variação de energia interna durante a fusão de 1,3 átomo-grama de ouro, sob a pressão atmosférica. Dados: calor de fusão do ouro a 1 atm, 3,03 kcal·(átomo-grama)$^{-1}$; massa específica do ouro sólido a 1063 °C, 18,2 g·cm$^{-3}$; massa específica do ouro líquido a 1063 °C, 17,3g·cm$^{-3}$.

**Resolução:**

1,3 átomo-grama = 256,1g. Logo, o calor de fusão vale 15,4 cal·g$^{-1}$. O calor necessário para mudar a fase do ouro terá o seguinte valor:

$$Q = 256{,}1 \cdot 15{,}4 = 3.943{,}94\, cal$$
(15.1)

O trabalho será dada por:

$$W = p\left(V_f - V_i\right)$$

$$W = 1{,}013 \cdot 10^5 \cdot \frac{256{,}1 \cdot 10^{-3}}{10^3}\left(\frac{1}{17{,}3} - \frac{1}{18{,}2}\right)$$

$$\therefore W = 0{,}0777\, J = 0{,}0186\, cal$$
(15.2)

A variação da energia interna será:

$$\Delta U = Q - W$$

$$\Delta U = 3943{,}94 - 0{,}0186 \cong 3943{,}92\, cal$$

$$\Delta U \cong 3{,}9\, kcal$$
(15.3)