

# Prof. A.F. Guimarães

## Física 2 – Questões 9

### Questão 1

Um pneu de automóvel, cujo volume é igual a  $250 \text{ cm}^3$ , contém ar sob pressão manométrica de  $1,7 \text{ atm}$ , quando sua temperatura é de  $23^\circ\text{C}$ . Calcule a pressão absoluta do ar no pneu quando sua temperatura passa para  $53^\circ\text{C}$  e seu volume aumentar para  $280 \text{ cm}^3$ .

#### Resolução:

Para uma transformação gasosa geral, temos:

$$\frac{p_i V_i}{T_i} = \frac{p_f V_f}{T_f} \quad (1.1)$$

A pressão manométrica fornece a diferença entre a pressão absoluta e a pressão atmosférica. Assim, a pressão absoluta inicial vale  $2,7 \text{ atm}$ . Agora, utilizando a temperatura na escala Kelvin, teremos:

$$\frac{2,7 \cdot 250}{296} = \frac{p_f \cdot 280}{326} \therefore p_f \cong 2,66 \text{ atm.} \quad (1.2)$$

### Questão 2

Calcule a pressão exercida por  $10 \text{ g}$  de nitrogênio no interior de um recipiente de  $1 \text{ litro}$ , sendo a temperatura igual a  $25^\circ\text{C}$  e admitindo que o nitrogênio se comporte como um gás ideal.

#### Resolução:

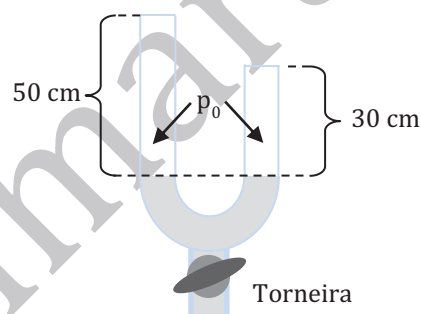
Utilizando a equação de estado teremos:

$$pV = nRT; n = \frac{m}{M} \\ p \cdot 1 = \frac{10}{28} \cdot 0,082 \cdot 298 \therefore p = 8,8 \text{ atm} \quad (2.1)$$

Em (2.1) foram utilizados os seguintes valores:  $M_{N_2} = 28 \text{ g}$ ,  $R = 0,082 \text{ atm} \cdot \text{l} \cdot (\text{mol} \cdot \text{K})^{-1}$ .

### Questão 3

Um manômetro de mercúrio selado tem dois ramos desiguais à mesma pressão  $p_0$ , como mostra a figura abaixo. A área da seção reta do manômetro é  $1,0 \text{ cm}^2$ . Através da torneira do fundo do manômetro, admite-se no recipiente um volume adicional de mercúrio, igual a  $10 \text{ cm}^3$ . O nível à esquerda sobe  $6,0 \text{ cm}$  e à direita sobe  $4,0 \text{ cm}$ . Determine a pressão  $p_0$ .



#### Resolução:

Para a situação inicial temos, para o gás contido à esquerda:

$$p_0 \cdot 50 = n_e RT_i \quad (3.1)$$

E para o gás contido à direita:

$$p_0 30 = n_d RT_i \quad (3.2)$$

Utilizando as equações (3.1) e (3.2), teremos:

$$\frac{n_e}{n_d} = \frac{5}{3} \quad (3.3)$$

Para a situação final, onde as colunas de mercúrio foram elevadas dos dois lados, teremos, para o gás do lado esquerdo:

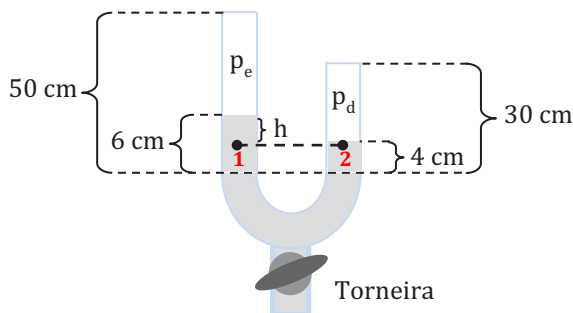
$$p_e \cdot 44 = n_e RT \quad (3.4)$$

E para o gás contido do lado direito:

$$p_d \cdot 26 = n_d RT \quad (3.5)$$

Agora, utilizando o resultado (3.3), e as equações (3.4) e (3.5), teremos:

$$p_e \cdot 66 = p_d \cdot 65 \quad (3.6)$$



Dos princípios da hidrostática podemos concluir que os pontos 1 e 2 (vide figura acima) devem possuir a mesma pressão. Assim, teremos:

$$\begin{aligned} p_1 &= p_2 \\ p_d &= p_e + \rho_{Hg} \cdot g \cdot h \\ p_d &= p_e + 2665,6 \end{aligned} \quad (3.7)$$

Em (3.7), foram utilizados os seguintes valores:  $\rho_{Hg} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  e  $h = 0,02 \text{ m}$  (Vide figura acima).

Agora, utilizando os resultados de (3.6) e (3.7), teremos:

$$p_e = 173264 \text{ Pa} \quad (3.8)$$

Agora, levando em consideração que as transformações ocorreram à temperatura constante, então, utilizando o resultado (3.8) para o gás contido no lado esquerdo temos:

$$\begin{aligned} p_0 \cdot 50 &= 173264 \cdot 44 \\ \therefore p_0 &\cong 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa} \end{aligned} \quad (3.9)$$

## Questão 4

Um gás ideal encontra-se num recipiente à pressão  $p_1$  e à temperatura  $T_1$ . Outro gás ideal encontra-se em outro recipiente de volume  $V_2$  (diferente de  $V_1$ ) e sob pressão  $p_2$  (diferente de  $p_1$ ). A temperatura  $T$  é a mesma nos dois recipientes. Obtenha uma expressão para a determinação da pressão de equilíbrio quando os dois recipientes forem conectados.

**Resolução:**

Para o gás 1 temos:

$$p_1 V_1 = n_1 RT \quad (4.1)$$

E para o gás 2 temos:

$$p_2 V_2 = n_2 RT \quad (4.2)$$

Para a mistura dos gases teremos:

$$n = n_1 + n_2 \quad (4.3)$$

Utilizando (4.1) e (4.2) em (4.3) teremos:

$$\begin{aligned} n &= \frac{p_1 V_1}{RT} + \frac{p_2 V_2}{RT} \\ \therefore p &= \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{V} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Em que  $n = \frac{pV}{RT}$  e  $V = V_1 + V_2$ .

## Questão 5

(a) Mostre como se calcula a *massa molecular média*  $\bar{M}$  de uma mistura de gases ideais em função de  $x_i$  (*fração molar* do componente  $i$ ) e de  $M_i$  (*massa molecular* do componente  $i$ ). (b) Encontre uma relação para a massa específica para esta mistura de gases ideais. Considere o equilíbrio da mistura, tanto no item (a) quanto no item (b).

### Resolução:

a) Seja o número de mols de uma mistura dado por:

$$n = \sum_i n_i \quad (5.1)$$

E para a massa total da mistura:

$$m = \sum_i m_i \quad (5.2)$$

Mas a massa de um gás é dada por:  $m = nM$ . Assim, teremos para (5.2):

$$\begin{aligned} n\bar{M} &= \sum_i n_i M_i \\ \bar{M} &= \sum_i \frac{n_i}{n} \cdot M_i \therefore \bar{M} = \sum_i x_i M_i \end{aligned} \quad (5.3)$$

Em que  $x_i = \frac{n_i}{n}$  e  $n$  é o número total de mols dado por (5.1).

b) A massa específica de um gás é dada por:

$$\rho = \frac{nM}{V} \quad (5.4)$$

Então, para a média teremos:

$$\bar{\rho} = \frac{n\bar{M}}{V} \quad (5.5)$$

Em que, para a relação (5.5),  $n$  é o número total de mols dado por (5.1).

Para um gás ideal, também teremos, para a equação de estado:

$$pV = nRT \quad (5.6)$$

Utilizando as relações (5.5) e (5.6), teremos:

$$\bar{\rho} = \frac{p\bar{M}}{RT} \quad (5.7)$$

Em que  $p$  é a pressão da mistura.

### Questão 6

Considere uma mistura de gases ideais em equilíbrio termodinâmico. Mostre que “a soma das pressões parciais dos componentes da mistura é igual à pressão total da mistura” (Lei de Dalton).

#### Resolução:

A pressão parcial é a pressão exercida por um gás se ele estivesse confinado sozinho no mesmo volume da mistura. Assim, teremos:

$$p_i = \frac{n_i RT}{V} \quad (6.1)$$

Utilizando a relação (5.1), teremos:

$$\sum_i p_i = \frac{RT}{V} \sum_i n_i = \frac{nRT}{V} \quad (6.2)$$

Mas,  $\frac{nRT}{V}$  é a pressão ( $p$ ) da mistura com um número total de  $n$  mols. Assim, a equação (6.2) fica:

$$p = \sum_i p_i \quad (6.3)$$

Utilizando (6.2), teremos ainda a seguinte relação:

$$\frac{p}{n} = \frac{RT}{V} \quad (6.4)$$

Agora, utilizando (6.1), teremos:

$$p_i = \frac{n_i}{n} \cdot p \quad (6.5)$$

## Questão 7

Um recipiente de 20 litros contém oxigênio a uma pressão de 0,1 atm e a uma temperatura de 27°C. Outro recipiente, também de 20 litros, contém nitrogênio sob pressão de 0,2 atm, na temperatura de 27°C. Os dois recipientes são ligados mediante conexão de volume desprezível. Determine: (a) a pressão parcial do oxigênio, (b) a pressão parcial do nitrogênio, (c) a pressão total da mistura.

### Resolução:

Com a conexão, os gases devem sofrer uma expansão, passando do volume de 20 litros para 40 litros. Para a resolução dos itens (a) e (b), será levado em consideração que a expansão será isotérmica.

a)

$$p_{iO_2} V_{iO_2} = p_{fO_2} V_{fO_2}$$

$$0,1 \cdot 20 = p_{fO_2} \cdot 40 \therefore p_{fO_2} = 0,05 \text{ atm} \quad (7.1)$$

b)

$$p_{iN_2} V_{iN_2} = p_{fN_2} V_{fN_2}$$

$$0,2 \cdot 20 = p_{fN_2} \cdot 40 \therefore p_{fN_2} = 0,1 \text{ atm} \quad (7.2)$$

c) A pressão total da mistura será dada por:

$$p = p_{fO_2} + p_{fN_2} = 0,15 \text{ atm} \quad (7.3)$$

## Questão 8

A 0°C e à pressão de 1,000 atm a densidade do ar, do oxigênio e do nitrogênio são, respectivamente,  $1,293 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  $1,429 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  e  $1,251 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . Calcule a porcentagem de nitrogênio no ar, a partir desses dados, supondo apenas a presença desses dois últimos gases.

### Resolução:

Tomamos 1 kg de massa de ar. Assim, teremos:

$$m_{ar} = m_{O_2} + m_{N_2} \Rightarrow 1 = m_{O_2} + m_{N_2}$$

$$m_{O_2} = 1 - m_{N_2} \quad (8.1)$$

Para essa quantidade de massa de ar, teremos um volume dado por:

$$V_{ar} = V_{O_2} + V_{N_2} \quad (8.2)$$

Poderemos reescrever a equação (8.2) da seguinte forma:

$$\frac{m_{ar}}{\rho_{ar}} = \frac{m_{O_2}}{\rho_{O_2}} + \frac{m_{N_2}}{\rho_{N_2}} \quad (8.3)$$

Utilizando (8.1), teremos para (8.3):

$$\frac{1}{\rho_{ar}} = \frac{1}{\rho_{O_2}} \left( \frac{1 - m_{N_2}}{m_{ar}} \right) + \frac{1}{\rho_{N_2}} \left( \frac{m_{N_2}}{m_{ar}} \right) \quad (8.4)$$

Substituindo os valores das respectivas massas específicas, teremos:

$$\frac{m_{N_2}}{m_{ar}} \cong 0,737 = 73,7\% \quad (8.5)$$

## Questão 9

Na questão anterior foi obtida a porcentagem em *massa* do nitrogênio. Encontre agora a porcentagem do nitrogênio em *volume*. Use os mesmos dados da questão anterior.

### Resolução:

Tomamos  $1 \text{ m}^3$  de volume de ar. Assim, para a densidade do ar teremos:

$$\rho_{ar} = \frac{m_{ar}}{V_{ar}} = \frac{m_{O_2} + m_{N_2}}{V_{ar}} \quad (9.1)$$

Em que  $V_{ar} = V_{O_2} + V_{N_2}$ . Reescrevendo a equação (9.1), teremos:

$$\rho_{ar} = \rho_{O_2} \left( \frac{1 - V_{N_2}}{V_{ar}} \right) + \rho_{N_2} \left( \frac{V_{N_2}}{V_{ar}} \right) \quad (9.2)$$

Substituindo os valores teremos:

$$\frac{V_{N_2}}{V_{ar}} \cong 0,764 = 76,4\% \quad (9.3)$$

## Questão 10

Umidifica-se o ar com 1,0%, em volume, de vapor de água. A massa molecular do ar seco vale 28,8 e a massa molecular do vapor de água vale 18,0. Calcule a massa específica do ar úmido, a 25°C, 1 atm e com a porcentagem volumar acima referida.

### Resolução:

Seja a densidade do ar úmido dada por:

$$\rho_{ar\acute{u}} = \frac{m_{ars} + m_{vap}}{V} \quad (10.1)$$

Em que  $V$  é o volume do ar úmido. Utilizando as massas específicas do ar seco e do vapor, teremos para (10.1):

$$\rho_{ar\acute{u}} = \rho_{ars} \cdot \frac{V_{ars}}{V} + \rho_{vap} \cdot \frac{V_{vap}}{V} \quad (10.2)$$

Como  $V_{vap}/V = 0,01$ , então,  $V_{ars}/V = 0,99$ . Assim, teremos para (10.2):

$$\rho_{ar\acute{u}} = \rho_{ars} \cdot 0,99 + \rho_{vap} \cdot 0,01 \quad (10.3)$$

Nas condições oferecidas pela questão, teremos para o ar seco e para o vapor a mesma relação dada por:

$$\frac{n}{V} = \frac{p}{RT} = 0,041 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1} \quad (10.4)$$

Assim temos para as densidades:

$$\rho_{ars} = \frac{n_{ars}}{V_{ars}} \cdot M_{ars} = 0,041 \cdot 28,8 = 1,18 \text{ g} \cdot \text{l}^{-1}$$

e

$$\rho_{vap} = \frac{n_{vap}}{V_{vap}} \cdot M_{vap} = 0,041 \cdot 18 = 0,738 \text{ g} \cdot \text{l}^{-1} \quad (10.5)$$

Utilizando os valores de (10.5) em (10.3), teremos:

$$\rho_{ar\acute{u}} = 0,99 \cdot 1,18 + 0,01 \cdot 0,738$$
$$\therefore \rho_{ar\acute{u}} \cong 1,18 \text{ g} \cdot \text{l}^{-1} \quad (10.6)$$

## Questão 11

Ar que ocupa um volume igual a  $0,14 \text{ m}^3$  e que se encontra à pressão manométrica de  $1,034 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  é expandido isotermicamente até a pressão atmosférica e então é esfriado à pressão constante até que atinja o volume inicial. Calcule o trabalho feito pelo gás.

### Resolução:

Seja  $p = 2,047 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  a pressão absoluta do ar. Assim, para uma expansão isotérmica teremos:

$$p_i V_i = p_f V_f$$
$$2,047 \cdot 10^5 \cdot 0,14 = 1,013 \cdot 10^5 \cdot V_f$$
$$V_f = 0,283 \text{ m}^3 \quad (11.1)$$

O trabalho realizado pelo gás durante a expansão será então:

$$W_1 = \int_{V_i}^{V_f} p \, dV = \int_{V_i}^{V_f} \frac{p_i \cdot V_i}{V}$$
$$W_1 = 28658 \int_{0,14}^{0,283} \frac{dV}{V} = 28658 \cdot \ln V \Big|_{0,14}^{0,283}$$
$$W_1 = 28658 \cdot \ln \frac{0,283}{0,14} = 2,02 \cdot 10^4 \text{ J} \quad (11.2)$$

Agora o gás sofre uma contração isobárica retornando ao seu volume inicial. O trabalho realizado pelo gás será dado por:

$$W_2 = p \cdot \Delta V = 1,013 \cdot 10^5 (0,14 - 0,283)$$

$$W_2 = -1,45 \cdot 10^4 \text{ J} \quad (11.3)$$

Assim, utilizando os resultados de (11.2) e (11.3), o trabalho total será:

$$W = W_1 + W_2 = (2,02 - 1,45) \cdot 10^4$$

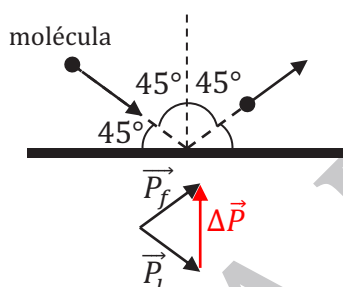
$$\therefore W = 5,7 \cdot 10^3 \text{ J} \quad (11.4)$$

## Questão 12

A massa da molécula de  $H_2$  é  $3,32 \cdot 10^{-24} \text{ g}$ . Se  $10^{23}$  moléculas de hidrogênio chocam-se por segundo contra  $2,0 \text{ cm}^2$  de uma parede inclinada de  $45^\circ$  em relação à direção da velocidade, que vale  $10^5 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ , qual é a pressão que elas exercem sobre a parede?

**Resolução:**

Para uma colisão de  $45^\circ$ , a mudança no momento linear será:



$$\Delta P = 2P_y = 2P \cos 45^\circ = 2 \cdot 3,32 \cdot 10^{-24} \cdot 0,707$$

$$\Delta P = 4,7 \cdot 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (12.1)$$

A força média exercida para o montante de moléculas na unidade do segundo será:

$$\bar{F} = \frac{N \cdot \Delta P}{\Delta t} = 10^{23} \cdot 4,7 \cdot 10^{-24} = 0,47 \text{ N} \quad (12.2)$$

Assim, a pressão média será:

$$\bar{p} = \frac{\bar{F}}{A} = \frac{0,47}{2 \cdot 10^{-4}} \cong 2,4 \cdot 10^3 \text{ Pa} \quad (12.3)$$

## Questão 13

Água em um balde aberto e à temperatura de  $27^\circ\text{C}$  evapora devido ao escape de algumas de suas moléculas superficiais. O calor de evaporação ( $540 \text{ cal} \cdot \text{g}^{-1}$ ) pode ser determinado aproximadamente por  $\mathcal{E}n$  onde  $\mathcal{E}$  é a energia média das moléculas que escapam e  $n$  é o número de moléculas por grama. (a) Calcule  $\mathcal{E}$ . (b) Quantas vezes  $\mathcal{E}$  é maior que a energia cinética média das moléculas de  $H_2O$ , calculada admitindo-se que a sua relação com a temperatura é a mesma que nos gases.

**Resolução:**

a) A massa molecular de  $H_2O$  vale  $18 \text{ g}$ . Assim o número de moléculas por grama será:

$$n = \frac{6,023 \cdot 10^{23}}{18} = 3,346 \cdot 10^{22} \quad (13.1)$$

Assim,

$$\mathcal{E}n = 540 \Rightarrow \mathcal{E} \cdot 3,346 \cdot 10^{22} = 540$$

$$\therefore \mathcal{E} = 1,614 \cdot 10^{-20} \text{ cal} = 6,76 \cdot 10^{-20} \text{ J} \quad (13.2)$$

b) Levando em consideração que a molécula de  $H_2O$  se comporte como uma molécula monoatômica, teremos:

$$\frac{\mathcal{E}}{\bar{K}} = \frac{6,76 \cdot 10^{-20}}{\frac{3k_B T}{2}} = \frac{2 \cdot 6,76 \cdot 10^{-20}}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}$$

$$\therefore \frac{\mathcal{E}}{\bar{K}} \cong 11 \quad (13.3)$$

## Questão 14

(a) Mostre que a variação da pressão na atmosfera terrestre, suposta isotérmica, é dada por  $p = p_0 \cdot e^{-Mgy/RT}$ , onde  $M$  é a massa molecular do ar. (b) Mostre também que  $n_V = n_0 \cdot e^{-Mgy/RT}$ , onde  $n_V$  é o número de moléculas por unidade de volume.

**Resolução:**

a) Dos princípios da hidrostática, temos para a variação da pressão com  $y$  dada por:

$$\frac{dp}{dy} = -\rho \cdot g \quad (14.1)$$

Agora, utilizando a relação para a densidade, semelhante à (5.7), em (14.1), teremos:

$$\frac{dp}{dy} = -\frac{pMg}{RT} \quad (14.2)$$

Agora integrando (14.2), teremos:

$$\int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = - \int_0^y \frac{Mg}{RT} dy$$

$$\ln \frac{p}{p_0} = -\frac{Mgy}{RT} \quad \therefore p = p_0 e^{-Mgy/RT} \quad (14.3)$$

b) Da equação de estado teremos:

$$\frac{n}{V} = \frac{p}{RT} \quad (14.4)$$

Sabendo que  $n = \frac{N}{N_A}$ , em que  $N$  é o número de moléculas e  $N_A$  é o número de Avogadro, teremos para (14.4):

$$\frac{N}{V} = n_V = \frac{pN_A}{RT} \quad (14.5)$$

Substituindo o resultado de (14.3) em (14.5), teremos:

$$n_V = \frac{p_0 N_A}{RT} \cdot e^{-Mgy/RT} \quad \therefore n_V = n_0 \cdot e^{-Mgy/RT} \quad (14.6)$$

## Questão 15

Um gás ideal expande-se adiabaticamente desde a temperatura inicial  $T_1$  até a temperatura final  $T_2$ . Prove que o trabalho realizado pelo gás é  $C_V(T_1 - T_2)$ , onde  $C_V$  é a capacidade térmica molar.

### Resolução:

Para o trabalho realizado, teremos:

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p dV \quad (15.1)$$

Como a transformação é adiabática, temos a relação:

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \quad (15.2)$$

Utilizando a relação (15.2), para  $p$ , em (15.1), teremos:

$$W = \int_{V_1}^{V_2} \frac{A}{V^\gamma} dV \quad (15.3)$$

Em que  $A = \text{constante} = p_1 V_1^\gamma$ . Agora, integrando (15.3), teremos:

$$W = \frac{-A}{(\gamma - 1)} \left[ \frac{1}{V^{\gamma-1}} \right]_{V_1}^{V_2}$$

$$W = \frac{1}{(\gamma - 1)} \left[ \frac{p_1 V_1^\gamma}{V_1^{\gamma-1}} - \frac{p_1 V_1^\gamma}{V_2^{\gamma-1}} \right] \quad (15.4)$$

Mas ainda podemos utilizar a relação (15.2) na segunda parcela de (15.4). Assim, teremos:

$$W = \frac{1}{(\gamma - 1)} \left[ \frac{p_1 V_1^\gamma}{V_1^{\gamma-1}} - \frac{p_2 V_2^\gamma}{V_2^{\gamma-1}} \right]$$

$$\therefore W = \frac{1}{(\gamma - 1)} [p_1 V_1 - p_2 V_2] \quad (15.5)$$

Utilizando  $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$ , teremos para (15.5):

$$W = \frac{C_V}{R} [p_1 V_1 - p_2 V_2]; \quad R = C_p - C_V \quad (15.6)$$

Agora, utilizando a equação de estado  $pV = nRT$ , teremos, para (15.6):

$$\therefore W = nC_V(T_1 - T_2) \quad (15.7)$$

Obs.: Mantive o enunciado original da questão. Acredito que na elaboração da questão, ficou faltando colocar  $n$ , o número de mols. A não ser que possamos definir uma capacidade térmica a volume constante como  $\mathfrak{C}_V = nC_V$ .

## Questão 16

Um mol de um gás ideal sofre uma expansão isotérmica. Determine o fluxo de calor para o gás, em função dos volumes inicial e final e de sua temperatura.

### Resolução:

Para uma transformação isotérmica,  $\Delta U = 0$ . Logo, pela primeira lei da termodinâmica:

$$Q = W \quad (16.1)$$

O trabalho realizado pelo gás é dado pela relação (15.1), em que  $p = \frac{nRT}{V}$ , assim, teremos:

$$W = nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V}$$

$$\therefore W = nRT \ln \frac{V_f}{V_i} \quad (16.2)$$

Logo, de (16.1), para 1 mol:

$$Q = RT \ln \frac{V_f}{V_i} \quad (16.3)$$

## Questão 17

Mostre que a velocidade do som no ar aumenta de  $61 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$  para cada grau Celsius de aumento de temperatura.

### Resolução:

Para a velocidade do som no ar, temos a seguinte relação:

$$v_s = \left( \frac{\gamma R t}{M} \right)^{1/2} \quad (17.1)$$

Em que  $M$  é a massa molecular do ar. Determinemos então a variação da velocidade com relação a variação da temperatura:

$$\frac{dv_s}{dT} = \frac{1}{2} \left( \frac{\gamma R T}{M} \right)^{-1/2} \cdot \frac{\gamma R}{M}$$

$$\frac{dv_s}{dT} = \frac{1}{2} \left( \frac{\gamma R T}{M} \right)^{1/2} \cdot \frac{1}{T}$$

$$\therefore \frac{dv_s}{dT} = \frac{v_s}{2T} \quad (17.2)$$

Podemos aproximar o resultado de (17.2) para uma taxa de variação média e simultaneamente adotar a velocidade do som no ar nas CNTP. Assim:

$$\Delta v_s \cong \frac{332}{2 \cdot 273} \cdot \Delta T \quad (17.3)$$

Um grau Celsius de variação corresponde a 1 Kelvin de variação. Assim, de (17.3), teremos:

$$\Delta v_s \cong 0,61 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 61 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} \quad (17.4)$$

## Questão 18

Uma *politrópica* é uma transformação na qual permanece constante a quantidade de calor cedida ao sistema dividida pela variação de temperatura, ou seja,  $C = \frac{dQ}{dt} = \text{constante}$ . Obtenha uma relação entre as coordenadas de estado de um gás ideal numa transformação *politrópica reversível*.

### Resolução:

Da primeira lei da termodinâmica temos:

$$dU = dQ - dW \quad (18.1)$$

Tomando (18.1) com a variação da temperatura, teremos:

$$nC_V = C - p \frac{dV}{dT} \quad (18.2)$$



Em que  $\frac{dU}{dT} = nC_V$ . Utilizando a equação de estado  $pV = nRT$ , em (18.2), teremos:

$$\frac{nRT}{V} \cdot \frac{dV}{dT} = C - nC_V \quad (18.3)$$

Agora integrando (18.3), teremos:

$$\int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = \frac{(C - nC_V)}{nR} \int_{T_i}^{T_f} \frac{dT}{T}$$

$$\ln \frac{V_f}{V_i} = \ln \left( \frac{T_f}{T_i} \right)^{\frac{(C - nC_V)}{nR}}$$

$$\frac{V_f}{V_i} = \left( \frac{T_f}{T_i} \right)^{\frac{(C - nC_V)}{nR}} \quad \therefore VT^{\frac{(nC_V - C)}{nR}} = \text{constante.} \quad (18.4)$$

Obs.: O enunciado da questão foi mantido na sua forma original. Porém, acredito que a relação a que se refere o enunciado é da forma  $nC = \frac{dQ}{dT}$ , desta forma o resultado (18.4) se torna:

$$VT^{\frac{(C_V - C)}{R}} = \text{constante} \quad (18.5)$$

Mas, de qualquer forma, poderíamos adotar outra constante como foi observado na questão 15 dada por:  $\mathcal{C} = nC = \frac{dQ}{dT}$ .

## Questão 19

Sejam  $p_i$  e  $V_i$  duas coordenadas de estado de um gás ideal, num estado de referência inicial. Sejam  $p_f$  e  $V_f$  as respectivas coordenadas num estado de equilíbrio final. Pela questão anterior você notou que uma *politrópica reversível* pode ser descrita pela equação  $pV^a = \text{constante}$ , onde  $a = (C_p - C)/(C_v - C)$ . Obtenha a equação de uma transformação adiabática reversível como caso particular de uma politrópica reversível.

### Resolução:

Do resultado (18.5), temos:

$$\frac{T_f}{T_i} = \left( \frac{V_f}{V_i} \right)^{\frac{R}{C - C_V}} \quad (19.1)$$

Mas  $\frac{T_f}{T_i} = \frac{p_f V_f}{p_i V_i}$ , logo:

$$\frac{V_f^{\frac{R}{C - C_V} - 1}}{V_i^{\frac{R}{C - C_V} - 1}} = \frac{p_f}{p_i}; \quad \frac{R}{C - C_V} - 1 = -\frac{(C_p - C)}{(C_V - C)} \quad (19.2)$$

Que conduz a:

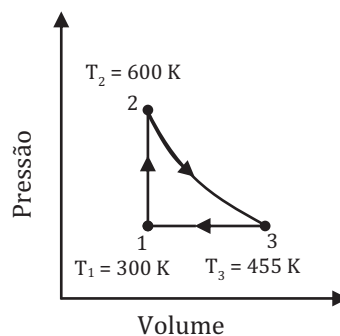
$$\frac{V_i^{\frac{(C_p - C)}{(C_V - C)}}}{V_f^{\frac{(C_p - C)}{(C_V - C)}}} = \frac{p_f}{p_i} \Rightarrow pV^{\frac{(C_p - C)}{(C_V - C)}} = \text{constante} \quad (19.3)$$

Para o caso particular em que  $\frac{dQ}{dT} = 0$ , utilizando (19.3), teremos:

$$pV^{\frac{C_p}{C_V}} = \text{constante} \quad (19.4)$$

## Questão 20

Em uma máquina térmica reversível, um mol de um gás ideal monoatômico sofre uma transformação cíclica representada no diagrama da figura abaixo. O processo 1-2 é isocórico, 2-3 é adiabático e 3-1 isobárico. (a) Calcule o calor  $Q$ , a variação de energia interna  $\Delta U$  e o trabalho  $W$  para cada um dos três processos e para o ciclo completo. (b) Se a pressão no ponto 1 for 1,00 atm, qual será a pressão e o volume dos pontos 2 e 3?



### Resolução:

a) Para o processo 1-2: Volume constante,  $W = 0$ .

$$\begin{aligned}\Delta U &= Q; \Delta U = nC_V\Delta T \\ \Delta U &= 1 \cdot 2,98 \cdot 300 \\ \therefore \Delta U &= Q = 894 \text{ cal} \\ &(20.1)\end{aligned}$$

Em que  $C_V = 2,98 \text{ cal} \cdot (\text{mol} \cdot \text{K})^{-1}$ , para um gás monoatômico.

Para o processo 2-3: Adiabático,  $Q = 0$ .

$$\begin{aligned}\Delta U &= -W; \Delta U = \frac{3nRT}{2} \\ \Delta U &= \frac{3}{2} \cdot 1 \cdot 1,99 \cdot (-145) \\ \therefore \Delta U &= -432,8 \text{ cal e } W = 432,8 \text{ cal} \\ &(20.2)\end{aligned}$$

Para o processo 3-1: Isobárico.

$$\begin{aligned}p_1V_1 &= nRT_1 \Rightarrow 1,013 \cdot 10^5 V_1 = 1 \cdot 8,31 \cdot 300 \\ \therefore V_1 &= 0,0246 \text{ m}^3 \\ &(20.3)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{V_1}{T_1} &= \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow \frac{0,0246}{300} = \frac{V_3}{455} \\ \therefore V_3 &= 0,0373 \text{ m}^3 \\ &(20.4)\end{aligned}$$

Utilizando (20.3) e (20.4) podemos determinar o trabalho:

$$W_{3 \rightarrow 1} = 1,013 \cdot 10^5 (-0,0127) = -1286,51 \text{ J} \quad (20.5)$$

E para a variação da energia interna:

$$\begin{aligned}\Delta U &= \frac{3}{2} \cdot 1 \cdot 8,31(-155) = -1932,08 \text{ J} \\ &(20.6)\end{aligned}$$

Logo para o calor, teremos:

$$\begin{aligned}Q &= \Delta U + W = -1932,08 - 1286,51 \\ \therefore Q &= -3218,59 \text{ J} \\ &(20.7)\end{aligned}$$

Para o ciclo completo:  $\Delta U = 0$

$$\begin{aligned}W &= Q = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 1} \\ W &= 894(4,186) + 0 + (-3218,59) \\ \therefore W &\cong 5,2 \cdot 10^2 \text{ J} \\ &(20.8)\end{aligned}$$

Ou ainda:

$$\begin{aligned}W &= W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} + W_{3 \rightarrow 1} \\ W &= 0 + 432,8(4,186) - 1286,51 \\ W &\cong 5,2 \cdot 10^2 \text{ J} \\ &(20.9)\end{aligned}$$

b) A pressão no ponto 2:

$$\begin{aligned}\frac{p_1}{T_1} &= \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1,013 \cdot 10^5}{300} = \frac{p_2}{600} \\ \therefore p_2 &= 2,026 \cdot 10^5 \text{ Pa}; p_2 = 2 \text{ atm} \\ &(20.10)\end{aligned}$$

Os volumes de 1 e 3 são dados por (20.3) e (20.4). O volume do gás no estado 2 é igual ao volume do gás no estado 1. A pressão do gás no estado 3 é igual a pressão do gás no estado 1.

## Questão 21

O calor específico molar a volume constante de um gás ideal é dado por:

$$C_V = a + bT$$

Onde  $a = 2 \text{ cal/mol} \cdot \text{K}$  e  $b = 0,01 \text{ cal/mol} \cdot \text{K}^2$ . Calcule a variação da energia interna de dois mols deste gás quando sua temperatura passa de  $T_1 = 300 \text{ K}$  para  $T_3 = 400 \text{ K}$ .

**Resolução:**

Para a variação da energia interna temos:

$$C_V = \frac{1}{n} \cdot \frac{dU}{dt} \quad (21.1)$$

Integrando (21.1), teremos:

$$\int_{U_i}^{U_f} dU = n \int_{T_i}^{T_f} C_V dT$$

$$\Delta U = n \int_{T_i}^{T_f} (a + bT) dT = n \left[ aT + \frac{bT^2}{2} \right]_{T_i}^{T_f}$$

$$\Delta U = 2[200 + 800 - 450] \therefore \Delta U = 1100 \text{ cal}$$

(21.2)

## Questão 22

(a) Um gás ideal monoatômico, inicialmente a 27°C, é comprimido bruscamente a um décimo de seu volume inicial. Qual será sua temperatura depois da compressão? (b) Faça o mesmo cálculo para um gás diatômico.

### Resolução:

De (15.2), utilizando a relação  $pV = nRT$ , teremos, para uma transformação adiabática:

$$T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1}$$

(22.1)

a) Para um gás monoatômico,  $\gamma = 1,67$ . Assim, teremos:

$$300 V_i^{0,67} = T_f \cdot \frac{V_i^{0,67}}{10^{0,67}}$$

$$\therefore T_f = 1403,21 \text{ K}; T_f = 1130,21^\circ\text{C}$$

(22.2)

b) Para um gás diatômico,  $\gamma = 1,40$ . Assim, teremos:

$$300 V_i^{0,40} = T_f \cdot \frac{V_i^{0,40}}{10^{0,40}}$$

$$\therefore T_f = 753,57 \text{ K}; T_f = 480,57^\circ\text{C}$$

(22.3)

## Questão 23

Um tubo fino, selado em ambas as extremidades, tem 1,0 m de comprimento. O tubo é mantido horizontalmente. Os 10 cm do meio do tubo, contêm mercúrio e as duas porções iguais das extremidades contêm ar à pressão atmosférica normal. Se o tubo for colocado em posição vertical, de quanto o mercúrio será deslocado? Considere que o processo é (a) adiabático e (b) isotérmico. Qual será a hipótese mais razoável?

### Resolução:

Cada porção de ar ocupa uma extensão de comprimento igual a 45 cm, ou seja, 0,45 m. Ao se colocar o tubo na vertical, o ar da porção inferior passará de uma pressão  $p_i = 1 \text{ atm}$  para uma pressão dada por:

$$p_f = 1 \text{ atm} + 10 \text{ cmHg}; 10 \text{ cmHg} = 0,123 \text{ atm.}$$

Considerando que as porções de ar se encontram nas CNTP na horizontal, podemos utilizar para o ar,  $\gamma = 1,40$ .

a) Sendo o processo adiabático, teremos:

$$p_i V_i^\gamma = p_f V_f^\gamma$$

$$1 \cdot A^{1,4} \cdot 0,45^{1,4} = (1 + 0,123) A^{1,4} h_f^{1,4}$$

$$h_f^{1,4} = 0,883 \cdot 0,45^{1,4} \therefore h_f \cong 0,41 \text{ m}$$

(23.1)

Em que  $A$  é a área da seção do tubo.

A coluna da porção inferior de ar possuía um comprimento de 0,45 m e foi para 0,41 m, logo, a porção de mercúrio se deslocou de 0,04 m, ou seja, cerca de 4 cm.

b) Sendo o processo isotérmico, teremos:

$$p_i V_i = p_f V_f$$

$$1 \cdot A \cdot 0,45 = 1,123 \cdot A \cdot h_f$$

$$\therefore h_f \cong 0,40 \text{ m}$$

(23.2)

Para esse processo, a coluna de mercúrio se deslocou cerca de 5 cm.

Pode-se imaginar que ao virar o tubo rapidamente, o processo seja adiabático. A questão é, qual rápido escoará o mercúrio?

Acredito que o escoamento do mercúrio não seja rápido o suficiente para que o processo seja genuinamente adiabático.

Um tanto mais razoável é que o processo seja isotérmico.