Questão 1

Mostre que, no plano TS, o ciclo de Carnot é representado por um retângulo. (a) Qual o significado da área do retângulo? (b) Encontre a expressão do rendimento do ciclo de Carnot, usando este diagrama.

Resolução:

Para definição de entropia temos:

$$dS = \frac{đQ}{T}$$
(1.1)

O ciclo de Carnot ocorre entre duas transformações adiabáticas e duas transformações isotérmicas. Assim, tomando a definição de entropia temos para as transformações adiabáticas, no plano TS, transformações sem variação de entropia.

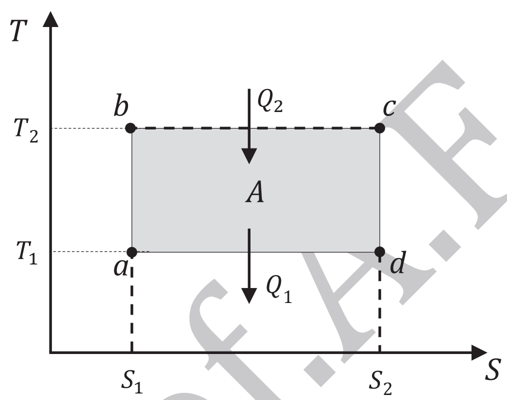


Figura 1.1

No diagrama representado na figura 1.1, temos:

- Transformação de a para b sendo adiabática, ou seja, não ocorre variação de entropia.
- Transformação de b para c sendo isotérmica, ou seja, não ocorre variação na temperatura.
- Transformação de c para d sendo adiabática.
- Transformação de d para a sendo isotérmica.

Seguindo o ciclo $abcda$, a área será igual ao trabalho realizado:

$$A = \Delta S \cdot \Delta T = Q_2 - |Q_1| = W$$
(1.2)

Assim, a eficiência será dada por:

$$e = \frac{W}{Q_2}$$
(1.3)

Em que $Q_2 = T_2 \cdot \Delta S$. Utilizando (1.2) em (1.3), teremos:

$$e = \frac{(S_2 - S_1)(T_2 - T_1)}{T_2(S_2 - S_1)}$$
$$\therefore e = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$
(1.4)

Questão 2

Num ciclo de Carnot, a expansão isotérmica do gás ocorre a 500 K e a compressão isotérmica ocorre a 300 K. Durante a expansão, 700 calorias de energia térmica são transferidas para o gás. Determine: (a) o trabalho realizado pelo gás durante a expansão isotérmica, (b) o calor rejeitado pelo gás durante a compressão isotérmica, (c) o trabalho realizado sobre o gás durante a compressão isotérmica.

Resolução:

a) Para a expansão isotérmica temos:

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q_2 = W = 700\ cal$$
(2.1)

b) Seja a seguinte relação para o ciclo de Carnot:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{Q_2}{|Q_1|}$$
(2.2)

Em que $T_2 > T_1$. Assim, utilizando (2.2), teremos:

$$\frac{500}{300} = \frac{700}{|Q_1|} \therefore |Q_1| = 420\ cal.$$
(2.3)

Em que $|Q_1|$ é valor absoluto do calor rejeitado durante a compressão. Como o calor foi rejeitado, teremos:

$$Q_1 = -420\ cal \tag{2.4}$$

c) Sendo isotérmica a compressão, temos, de (2.4):

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q_1 = W = -420\ cal \tag{2.5}$$

Em (2.5) o trabalho é negativo porque o gás sofreu compressão.

Questão 3

Se o ciclo de Carnot for percorrido no sentido inverso, teremos um refrigerador ideal. Uma quantidade de calor Q_2 é absorvida à temperatura inferior T_2 e a quantidade Q_1 é descarregada à temperatura superior T_1. A diferença é o trabalho W que deve ser fornecido para que o refrigerador funcione. Mostre que

$$W = Q_2\left(\frac{T_1 - T_2}{T_2}\right).$$

Resolução:
A eficiência para esse ciclo será dada por:

$$e = \frac{Q_2}{W} \tag{3.1}$$

Em que $W = Q_1 - Q_2$. Para o ciclo do Carnot, vale a relação:

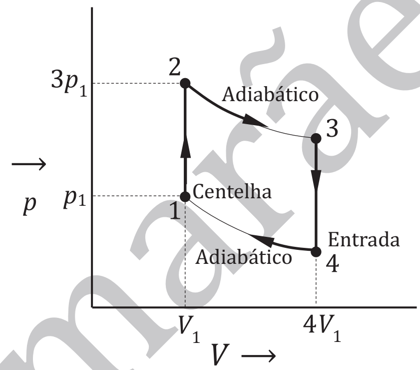
$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \tag{3.2}$$

Utilizando (3.2) em (3.1), teremos:

$$e = \frac{Q_2}{W} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$
$$\therefore W = Q_2\left(\frac{T_1 - T_2}{T_2}\right) \tag{3.3}$$

Questão 4

Um motor de *combustão interna* à gasolina pode ser aproximado pelo *ciclo Otto* indicado na figura. Suponha um gás ideal e uma razão de compressão $V_4/V_1 = 4$. Suponha $p_2 = 3p_1$. (a) Calcule a temperatura em cada um dos vértices do diagrama pV indicado em termos de p_1, T_1 e da razão $\gamma = C_p/C_V$. (b) Ache o rendimento deste ciclo.



Resolução:
a) Para a transformação $1 \longrightarrow 2$, isocórica, temos:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \therefore T_2 = 3T_1 \tag{4.1}$$

Para a transformação $2 \longrightarrow 3$, adiabática, temos:

$$p_2 V_2^{\gamma} = p_3 V_3^{\gamma} \tag{4.2}$$

Agora, utilizando a equação de estado, $pV = nRT$ em (4.2), teremos:

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1} \tag{4.3}$$

Utilizando o resultado de (4.1) em (4.3), temos:

$$T_3 = \frac{3T_1}{4^{\gamma-1}} \tag{4.4}$$

Para a transformação $4 \longrightarrow 1$, adiabática, temos:

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_4 V_4^{\gamma-1} \therefore T_4 = (4^{1-\gamma})T_1 \tag{4.5}$$

b) Previamente vamos determinar os calores envolvidos no ciclo. Assim, teremos para a transformação $1 \longrightarrow 2$, utilizando o resultado de (4.1):

$$\Delta U_{1\to 2} = Q_{1\to 2} = \frac{3}{2} nR(T_2 - T_1)$$
$$\therefore Q_{1\to 2} = 3nRT_1$$
$$(4.6)$$

De forma análoga, teremos para a transformação $3 \longrightarrow 4$, utilizando os resultados de (4.4) e (4.5):

$$Q_{3\to 4} = -3nR(4^{1-\gamma})T_1$$
$$(4.7)$$

Sabemos que o trabalho líquido é dado por:

$$W = Q_{1\to 2} - |Q_{3\to 4}| = 3nRT_1(1 - 4^{1-\gamma})$$
$$(4.8)$$

Logo, utilizando os resultados de (4.6) e (4.8), teremos para a eficiência:

$$e = \frac{W}{Q_{1\to 2}} \therefore e = 1 - 4^{1-\gamma}$$
$$(4.9)$$

Questão 5

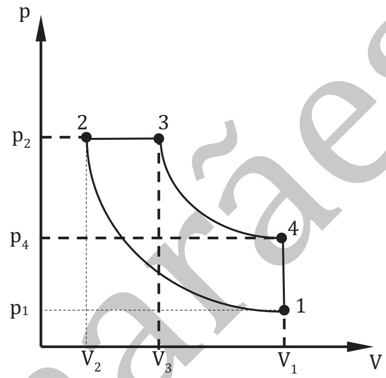
O *ciclo Diesel* é o ciclo ideal das *máquinas de combustão interna* nas quais, em vez da explosão (como no *ciclo Otto* indicado na questão anterior) ocorrer por centelhamento, a inflamação é provocada por uma compressão adiabática. O ciclo Diesel é análogo ao ciclo Otto com relação às duas transformações adiabáticas (uma compressão e uma expansão); outra etapa análoga ao do ciclo Otto corresponde a um resfriamento *isocórico*. Entretanto, em vez do aquecimento isocórico (que ocorre no ciclo Otto), no ciclo Diesel esta etapa de aquecimento é isobárica. (a) Represente o ciclo Diesel num plano pV. (b) Determine o rendimento do ciclo Diesel em função da razão de compressão e em função da razão entre os calores específicos do gás (considerado ideal).

Resolução:

a) De acordo com as informações do texto temos:

1. Uma compressão adiabática;
2. Um aquecimento com expansão isobárica;
3. Uma expansão adiabática;
4. E um resfriamento isocórico.

Assim para esse ciclo no plano pV teremos:



b) Previamente, determinaremos as relações de temperaturas.

Para transformação $1 \longrightarrow 2$, adiabática, temos:

$$p_1 V_1^{\gamma} = p_2 V_2^{\gamma}$$
$$(5.1)$$

Em que $V_1 = rV_2$ e $\gamma = \frac{c_p}{c_V}$. Assim, teremos:

$$p_2 = p_1 r^{\gamma}$$
$$(5.2)$$

Mas da equação de estado ainda temos:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$
$$(5.3)$$

Utilizando o resultado de (5.2) em (5.3), teremos:

$$T_2 = T_1 r^{\gamma - 1}$$
$$(5.4)$$

Para a transformação $2 \longrightarrow 3$, isobárica, temos:

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3}$$
$$(5.5)$$

Em que $p_3 = p_2 = p_1 r^\gamma$. Utilizando (5.4) em (5.5), teremos:

$$V_3 = \frac{V_2 T_3}{T_1 r^{\gamma-1}}$$
(5.6)

Para a transformação 3 ⟶ 4, adiabática, temos:

$$p_3 V_3^\gamma = p_4 V_4^\gamma$$
(5.7)

Utilizando os resultados de (5.2) e (5.6) em (5.7), teremos:

$$p_4 = p_1 \left(\frac{T_3}{T_1 r^{\gamma-1}}\right)^\gamma$$
(5.8)

Para a transformação 4 ⟶ 1, isocórica, temos:

$$\frac{p_4}{T_4} = \frac{p_1}{T_1}$$
(5.9)

Utilizando (5.8) em (5.9), teremos:

$$T_4 = T_1 \left(\frac{T_3}{T_1 r^{\gamma-1}}\right)^\gamma$$
(5.10)

Para a quantidade de calor recebido, à pressão constante, temos:

$$Q_{2\to3} = nC_p(T_3 - T_2) = nC_p(T_3 - T_1 r^{\gamma-1})$$
$$\therefore Q_{2\to3} = nC_p T_1 r^{\gamma-1}\left(\frac{T_3}{T_1 r^{\gamma-1}} - 1\right)$$
(5.11)

Para o valor absoluto do calor cedido, à volume constante, teremos:

$$|Q_{4\to1}| = nC_V(T_4 - T_1)$$
$$\therefore |Q_{4\to1}| = nC_V T_1\left(\left(\frac{T_3}{T_1 r^{\gamma-1}}\right)^\gamma - 1\right)$$
(5.12)

Para o trabalho, temos: $W = Q_{2\to3} - |Q_{4\to1}|$. Logo,

$$W = nT_1 C_V\left[\gamma r^{\gamma-1}\left(\frac{T_3}{T_1 r^{\gamma-1}} - 1\right) - \left(\left(\frac{T_3}{T_1 r^{\gamma-1}}\right)^\gamma - 1\right)\right]$$
(5.13)

Para a eficiência, temos:

$$e = \frac{W}{Q_{2\to3}}$$
(5.14)

Utilizando os resultados de (5.11) e (5.13), em (5.14), teremos:

$$e = \frac{\gamma r^{\gamma-1}\left(\frac{T_3}{T_1 r^{\gamma-1}} - 1\right) - \left(\left(\frac{T_3}{T_1 r^{\gamma-1}}\right)^\gamma - 1\right)}{\gamma r^{\gamma-1}\left(\frac{T_3}{T_1 r^{\gamma-1}} - 1\right)}$$
$$\therefore e = 1 - \frac{1}{\gamma}\left[\frac{\left(\frac{T_3}{T_1 r^{\gamma-1}}\right)^\gamma - 1}{\frac{T_3}{T_1} - r^{\gamma-1}}\right]$$
(5.15)

Questão 6

Usando a equação de estado de um gás ideal e a equação de uma transformação adiabática para um gás ideal, demonstre que a inclinação dp/dV de uma adiabática, em um diagrama pV, é $-\gamma p/V$ e que a de uma isoterma é $-p/V$. Partindo destes resultados prova que as adiabáticas são curvas mais inclinadas que as isotermas.

Resolução:

Para a transformação adiabática:

$$p = \frac{A}{V^\gamma} \Rightarrow \frac{dp}{dV} = -\gamma\frac{A}{V^{\gamma-1}}\ ; A = p_i V_i^\gamma$$
$$\therefore \frac{dp}{dV} = \frac{-\gamma p}{V}$$
(6.1)

Para a transformação isotérmica:

$$p = \frac{nRT}{V} \Rightarrow \frac{dp}{dV} = -\frac{nRT}{V^2}$$

$$\therefore \frac{dp}{dV} = \frac{-p}{V}$$
(6.2)

A razão $\frac{C_p}{C_V} > 1$, pois $C_p > C_V$. Assim, utilizando os resultados de (6.1) e (6.2) podemos concluir que:

$$\left(\frac{dp}{dV}\right)_{adib} < \left(\frac{dp}{dV}\right)_{isot}$$
(6.3)

Questão 7

Um cubo de gelo de 8,00 g está a -10,0°C e é lançado em uma garrafa térmica que contém 100 cm^3de água a 20,0°C. Qual a variação de entropia do sistema, ao ser alcançado o estado final de equilíbrio? O calor específico do gelo é 0,52 $cal(g \cdot °C)^{-1}$.

Resolução:

A quantidade de calor utilizada para esquentar o gelo até 0 °C vale:

$$Q_g = mc_g \Delta T = 8 \cdot 0{,}52 \cdot 10 = 41{,}6\ cal$$
(7.1)

A quantidade de calor utilizada para derreter totalmente o gelo vale:

$$Q_{Fus} = mL_g = 8 \cdot 80 = 640\ cal$$
(7.2)

A água da garrafa, ao se resfriar até 0°C pode fornecer uma quantidade de calor de:

$$Q_{ág} = mc_{H_2O} \Delta T = 100 \cdot 1 \cdot (-20) = -2000\ cal$$
(7.3)

Logo, de (7.1), (7.2) e (7.3), podemos concluir que restam 1318,4 cal para esquentar toda a água da garrafa. Assim, teremos:

$$1318{,}4 = 108 \cdot 1 \cdot T_f \therefore T_f = 12{,}21°C = 285{,}21K$$
(7.4)

Para a água da garrafa, a variação da entropia vale:

$$\Delta S_{ág} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{dQ}{T} = mc_{H_2O} \int_{293}^{285{,}21} \frac{dT}{T}$$

$$\Delta S_{ág} = 100 \ln \frac{285{,}21}{293} = -2{,}695\ cal \cdot K^{-1}$$
(7.5)

E para o gelo, teremos:

$$\Delta S_{g1} = 8 \cdot 0{,}52 \cdot \ln \frac{273}{263} = 0{,}15\ cal \cdot K^{-1}$$
(7.6)

E

$$\Delta S_{g2} = \frac{640}{273} = 2{,}344\ cal \cdot K^{-1}$$
(7.7)

E para o aquecimento:

$$\Delta S_{g3} = 8 \ln \frac{285{,}21}{273} = 0{,}35\ cal \cdot K^{-1}$$
(7.8)

Agora, tomando o total, teremos, de (7.5) a (7.8):

$$\Delta S = -2{,}695 + 0{,}15 + 2{,}344 + 0{,}35$$
$$\therefore \Delta S = 0{,}15\ cal \cdot K^{-1}$$
(7.9)

Questão 8

Quatro mols de um gás ideal expandem-se desde o volume V_1 ao volume V_2 (=2 V_1). (a) A expansão é isotérmica à temperatura T = 400 K; deduzir uma expressão para o trabalho realizado pelo gás ao expandir-se. (b) Deduza, para a expansão isotérmica acima referida, uma expressão para a variação de entropia, se houver. (c) Se a expansão fosse reversível e adiabática e não isotérmica, a variação de entropia seria positiva, negativa ou nula?

Resolução:

a) Para uma expansão isotérmica temos:

$$p = \frac{nRT}{V}$$

Assim, teremos:

$$W = \int_{V_i}^{V_f} p\, dV = nRT \int_{V_1}^{2V_1} \frac{dV}{V} = nRT \ln 2$$
$$\therefore W = 9216{,}1\, J$$
(8.1)

b) Como a expansão é isotérmica temos:

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q = W$$
(8.2)

Assim, de (8.2), teremos:

$$\Delta S = nR \ln 2$$
$$\therefore \Delta S = 23{,}04\, J \cdot K^{-1}$$
(8.3)

c) Para uma expansão adiabática: $\Delta S = 0$.

Questão 9

Uma haste de latão encontra-se em contato térmico, por uma das extremidades, com um reservatório de calor a 127°C, e na outra extremidade com um reservatório a 27°C. (a) Calcular a variação total de entropia proveniente do processo de condução de 1200 *cal* de calor através da haste. (b) A entropia da haste varia nesse processo?

Resolução:

a) Em um regime estacionário de condução de calor, a quantidade de calor que entra pela haste é igual a que sai. Logo:

$$\Delta S = \frac{1200}{300} - \frac{1200}{400} = 1\, cal \cdot K^{-1}$$
(9.1)

b) Não varia, nesse processo.