P1-2012.2

1 MOMENTO DE DIPOLO E ENERGIA POTENCIAL

O momento de dipolo aponta da carga negativa para a positiva sempre. O sistema que está em equilíbrio é aquele em que o momento de dipolo aponta na mesma direção do vetor campo elétrico, neste caso a configuração 3. Como o momento de dipolo é dado por $\vec{p} = q\vec{d}$, neste caso teremos $\vec{d} =$. Logo, o momento de dipolo será $\vec{p} = qL\hat{x}$.

Já a energia potencial pode ser dada por $U = \frac{kq^2}{L}$. Deixando em função do campo elétrico, teremos:

$$E = \frac{kq}{r^2}$$

Dividindo uma pela outra, teremos:

$$U = EqL$$

Alternativa Correta – Letra G

2 CAMPO ELÉTRICO/ POTENCIAL

Campo Elétrico:

Pela Lei de Gauss na parte externa ($r > R$), temos:

$$\int \vec{E} \cdot \hat{n} dA = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$
$$EA_{S. \text{ Gaussian}} = \frac{\rho V_{esfera}}{\epsilon_0}$$
$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{4\pi R^3}{3\epsilon_0}$$
$$E = \frac{\pi R^3}{3r^2 \epsilon_0}$$

Para $r > R$ a curva decresce na forma do gráfico de $\frac{1}{r^2}$, tendendo a zero no infinito.

Já para $0 < r < R$, teremos:

$$\int \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$
$$EA_{S.Gaussiana} = \frac{\rho V_{S.Gaussiana}}{\epsilon_0}$$
$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi r^3}{\epsilon_0}$$
$$E = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}$$

Que é uma função linear, que vai de zero até $\frac{\rho R}{3\epsilon_0}$.

Já o potencial pode ser calculado por $\frac{kQ}{r}$ para $r > R$, e para $r < R$, podemos utilizar a integral do campo, na forma:

$$\vec{E} = -\nabla V$$
$$V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Como o campo dentro do isolante é uma função linear do tipo $E = \frac{\rho r}{3\epsilon_0} = a \cdot r$, a integral de tudo isso será:

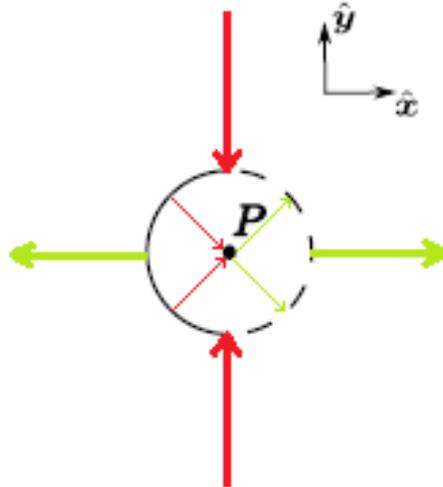
$$V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{a}{2}r^2$$

Que é uma parábola com concavidade para baixo, logo a alternativa correta é...

Alternativa Correta- Letra D

3 POTENCIAL /CAMPO ELÉTRICO

Vendo como vão agir os campos, teremos a figura:



É fácil ver que o campo gerado pelos fios se anulam e a simetria da circunferência nos dará um campo horizontal para direita. Assim podemos afirmar que $\vec{E} = E\hat{x}$. Já o potencial será nulo pela simetria da figura, como ele é uma grandeza escalar, temos que, na circunferência o potencial será:

$$V = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{k\lambda R d\theta}{R} + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{k(-\lambda)R d\theta}{R} = 0$$

Já para os fios também é fácil de ver que o potencial é nulo. Logo, teremos que $V=0$.

Alternativa Correta- Letra A

4 FORÇA ELÉTRICA

Pela Lei de Coulomb, a força elétrica é calculada por:

$$\vec{F} = \frac{kq_0q}{R^2} \hat{r} = \vec{E}q$$

Nessa equação, podemos ver que a força só depende do campo elétrico e da carga do material, não dependendo da geometria do condutor. Logo, todas as forças são iguais.

$$F_1 = F_2 = F_3$$

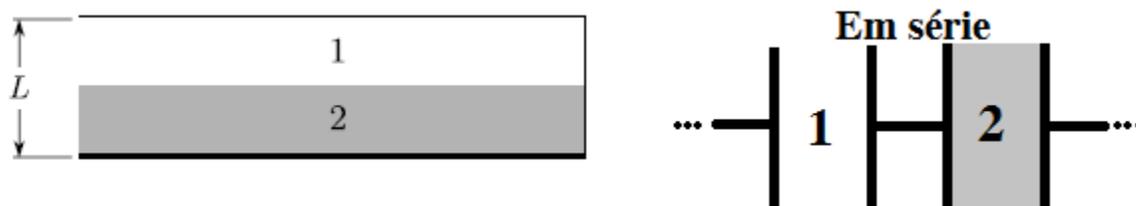
Alternativa Correta – Letra B

5 CONDUTORES

- I) **Falso.** É impossível uma linha de campo sair e voltar para o mesmo corpo, mesmo este corpo estando polarizado.
- II) **Falso.** Essa equação só é válida para um plano infinito.
- III) **Verdadeiro.** Dizer que uma cavidade é cercada de um condutor é o mesmo que dizer que a cavidade é interna ao condutor, daí sabemos que o campo elétrico dentro de um condutor é zero.

6 CAPACITORES

Talvez o grande problema da questão é identificar como funciona o sistema. Nesse caso, podemos desmembrar nosso capacitor em dois capacitores em série, como na figura abaixo:



Assim, teremos que:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Nosso C_0 era calculado por:

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{\epsilon_0 A}{L}$$

Como dividimos em 2 dois capacitores, as distâncias d serão de $L/2$. E assim, teremos:

$$C_1 = K_1 \frac{\epsilon_0 A}{L/2} = \frac{2K_1 \epsilon_0 A}{L}$$

$$C_2 = \frac{2K_2 \epsilon_0 A}{L}$$

Deixando C_1 e C_2 em função de C_0 , basta dividir ambas por C_0 .

$$C_1 = 2K_1 C_0$$

$$C_2 = 2K_2 C_0$$

Aplicando na nossa primeira equação, teremos:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{2K_1 C_0} + \frac{1}{2K_2 C_0} = \frac{1}{2C_0} \left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} \right) = \frac{1}{2C_0} \frac{(K_1 + K_2)}{K_1 K_2}$$

Logo, nosso C será:

$$C = \frac{2C_0 K_1 K_2}{K_1 + K_2}$$

7 CAPACITORES

- (I) **Falso**. A capacitância pode ser calculada por $C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d}$, e não depende das cargas, apenas da geometria das placas.
- (II) **Verdadeiro**. Como vimos na afirmativa anterior, a capacitância é inversamente proporcional à distância entre as placas, quando aproximamos as duas placas, a distância diminui e a capacitância aumenta.
- (III) **Verdadeiro**. Um dielétrico faz aumentar a capacitância dos capacitores em uma constante dielétrica K na forma que $C = K \frac{\epsilon_0 A}{d}$ que depende do material, se retirado, a capacitância diminui em K e volta a ser $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$.

Alternativa Correta – Letra D

8 LEI DE GAUSS

Para calcular o fluxo basta utilizar a Lei de Gauss, cuja equação nos diz:

$$\phi = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

Para resolver essa questão basta somar as cargas de cada peça e dividir tudo por ϵ_0 .

Para determinar as cargas de cada peça, teremos:

Fio:

$$dQ = \lambda dx = ax dx$$

Integrando dos dois lados...

$$Q = \int_0^L ax dx = \frac{ax^2}{2} \Big|_0^L = \frac{aL^2}{2}$$

Chapa Plana:

$$dQ = \sigma dA = by dA$$

Como nosso diferencial é de área, devemos utilizar a integral dupla. Bora lá!!

$$Q = \int_0^L \int_0^L by dy dx = \int_0^L \frac{bL^2}{2} dx = \frac{bL^3}{2}$$

Cubo:

$$dQ = \rho dV = cz dV$$

Como o nosso diferencial é de volume, devemos utilizar integral tripla!!

$$\int_0^L \int_0^L \int_0^L czdzdydx = \int_0^L \int_0^L \frac{cL^2}{2} dydx = \frac{cL^4}{2}$$

Somando tudo, a gente vai ter:

$$q_{int} = \frac{aL^2}{2} + \frac{bL^3}{2} + \frac{cL^4}{2}$$

E então, o fluxo será:

$$\phi = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \left(\frac{aL^2}{2} + \frac{bL^3}{2} + \frac{cL^4}{2} \right)$$

Alternativa Correta – Letra A

9 CAMPO ELÉTRICO / POTENCIAL

Sabemos que o campo elétrico pode ser calculado por:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V$$

Nesse caso, só temos a componente x e então podemos substituir o gradiente por:

$$\vec{E} = -\frac{dV}{dx} \hat{x} = -tg(\theta) \hat{x} = -\frac{V}{x} \hat{x} = -\frac{10 \text{ V}}{10 \text{ cm}} \hat{x} = -1 \hat{x} \frac{v}{cm} = -100 \frac{v}{m} \hat{x}$$

Alternativa Correta – Letra F

10 LEI DE GAUSS

Em todos esses casos a Lei de Gauss é válida, mas somente em IV ela é útil para efetuar o cálculo do campo. Para ser útil, devemos ter simetria e que o campo seja constante em toda a superfície gaussiana.

- (I) Como a densidade varia com um ângulo $(\rho(r, \phi, \theta))$, não seria possível encontrar uma superfície gaussiana em que o campo fosse constante em toda sua superfície.
- (II) Da mesma forma, não teríamos como englobar este fio ou parte dele com uma superfície gaussiana em que o campo fosse constante em toda sua superfície, já que a densidade linear não é constante.
- (III) (V) Não existe uma superfície gaussiana de fácil determinação que possa englobar tanto o disco quanto o anel, deixando o campo constante em toda a área da superfície.
- (IV) É possível se traçar uma superfície gaussiana cilíndrica, e o campo será constante em toda a face do cilindro.

Bons Estudos!!

Dúvidas?

Acesse o ***Solucionador*** na página www.engenhariafacil.net ou mande email para contato@engenhariafacil.net .